Análisis 1

Primer Cuatrimestre — 2006

Segundo parcial

1	
2	
3	
4	
5	

Apellido y nombre: ....

Comisión: .... L.U.: .... Páginas: ....

1. Sea $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\}$. Determinar los extremos absolutos de la función $f : C \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = xy^2 - 2xy + 3x^2y.$$

2. Sea $a \in \mathbb{R}$ y consideremos la superficie S de ecuación

$$axz + (a^2-1)x + y^2 + y + z = a^2 - 1.$$

Sea π el plano tangente a S en el punto $(1,0,0)$.

Determine todos los valores de a para los cuales el eje x está contenido en π.

3. Determine si la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x(e^y-1)}{x^2+y^2}, & \text{si } (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{en caso contrario;} \end{cases}$$

es continua.

4. Sea $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una función de clase C^1 tal que $DF(2,3) = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{smallmatrix}\right)$ y seam $G, H : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dadas por $G(x,y) = (x^2 - xy, x+y)$ y $H = F \circ G$.

Decidir si H es inversible en algún entorno del punto $(2,1)$.

5. Estudie diferenciabilidad de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2 + x^3 + xy^2}{x^2+y^2}, & \text{si } (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$