

Análisis II - Matemática 3

2do. cuatrimestre de 2007

PRÁCTICA 4 - CONTINUACIÓN

1. Para los siguientes campos vectoriales $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$,
 - (a) Demuestre que es un campo conservativo.
 - (b) Determine una función potencial de F .
 - (c) Calcule la integral de línea de F a lo largo de alguna curva, la que quieran, que una el origen con el punto indicado.
 - i. $F(x, y) = (2xy^3 + y + 1, 3x^2y^2 + x + 7)$, $P = (1, 1)$.
 - ii. $F(x, y) = (y^2e^{x+y} + 1, ye^{x+y}(y + 2) + 1)$, $P = (1, 1)$.
 - iii. $F(x, y, z) = (2xy^3z, 3x^2y^2z, x^2y^3)$, $P = (1, 1, 1)$.
 - iv. $F(x, y, z) = (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$, $P = (1, 1, 1)$.

2. Calcular

$$(a) \int_{(1,0)}^{(3,2)} 2xy \, dx + x^2 \, dy; \quad (b) \int_{(0,0,0)}^{(3,-2,5)} 3x \, dx + y^3 \, dy - z^2 \, dz.$$

¿Por qué en ninguno de los dos casos se da una curva que una los extremos de integración? Justificar.

3. Calcular la integral de línea del campo $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x, y, z) = (e^{xz}(xyz^2 + yz), xze^{xz}, e^{xz}(x^2yz + xy))$$

a lo largo de la curva $\sigma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$\sigma(t) = \left(\frac{\sinh 5t}{\sinh 5}, t^4 + 5t^3 - 3t^2 - 2t, \frac{1}{\ln 7} \ln(1 + 6t^8) \right)$$

4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función de clase C^1 . Demuestre que

$$\int_C f(x^2 + y^2)(x \, dx + y \, dy) = 0,$$

para toda curva cerrada C .