ANALISIS II
Computación

Práctica 1

---

1. Calcular:

   (a) $\displaystyle\int \sin x\, dx.$

   (b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \sin x\, dx.$

   (c) El área entre las curvas $y = \sin x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2\pi.$

2. Calcular:

   $$\text{(a)} \int x \sin x\, dx. \quad \text{(b)} \int \sin^2 x \cos x\, dx. \quad \text{(c)} \int x e^{x^2}\, dx.$$

   $$\text{(d)} \int e^x \sin x\, dx. \quad \text{(e)} \int \frac{3x-2}{x^2+x-2}\, dx. \quad \text{(f)} \int \ln x\, dx.$$

3. Hallar el área encerrada por las curvas:

   (a) $y = x^3$ e $y = x$.

   (b) $y = x^3 - x$ y la recta tangente a esta curva en $x = -1$.

4. (a) Para todos los valores reales de $p > 0$, estudiar la convergencia o divergencia de las integrales:

   $$\text{i.} \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}\, dx \qquad \text{ii.} \int_0^1 \frac{1}{x^p}\, dx \qquad \text{iii.} \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^p}\, dx$$

   Observación: Dividir los valores de p de la siguiente manera:
   $0 < p < 1,\ p = 1$ y $p > 1$.

   (b) Relacionar los resultados obtenidos con el hecho de que para $x > 0$, x^{-p} y $x^{-\frac{1}{p}}$ son funciones inversas y, por lo tanto, el gráfico de una es el de la otra reflejado respecto de la recta $y = x$.

5. Analizar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

(a) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ (b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$ (c) $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-kx}\, dx$

(d) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1 + x^2}\, dx$ (e) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^2}$ (f) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$

(g) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^3}$ (h) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{1 + x^5}}\, dx$ (i) $\displaystyle\int_{-1}^{3} \frac{dx}{(1-x)^3}$

(j) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2 + \cos x}\, dx$ (k) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2x)\, dx$ (l) $\displaystyle\int_0^{4} \frac{x}{x^2 - 4}\, dx$

En los ítems (i), (k) y (l) estudiar, además, el valor principal.

6. Decidir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

(a) Si $f(x)$ es una función continua tal que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = a > 0$, entonces $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\, dx = +\infty$.

(b) Si $f(x)$ es una función continua tal que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = a > 0$, entonces $\displaystyle\int_0^{-\infty} f(x)\, dx = -\infty$.

(c) Si $f(x)$ es una función continua y decreciente con $\displaystyle\int_4^{+\infty} f(x)\, dx = 3$, entonces el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

(d) Si $f(x)$ es una función continua y no negativa con $\displaystyle\int_4^{+\infty} f(x)\, dx = 8$, entonces el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

(e) Si $f(x)$ es una función continua y no negativa con $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, entonces $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\, dx < +\infty$.

7. Para los distintos valores de $p \in \mathbb{R}$ analizar la convergencia de

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^p(1 + x^2)}.$$