

APELLIDOS: _____
NOMBRES: _____

CARRERA: _____
L.U./Año: _____

SEGUNDO PARCIAL — 21-07-2005

1	2	3	4	5	Calificación

1. Una función $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ se dice **abierta** si $f(A)$ es abierto en $\mathbb{R}^m$ para cualquier A abierto en $\mathbb{R}^n$. Análogamente, se dice **cerrada** si $f(B)$ es cerrado en $\mathbb{R}^m$ cualquiera sea B cerrado en $\mathbb{R}^n$.

Suponiendo que f es inversible, mostrar que

$$f \text{ es abierta (resp. cerrada)} \iff f^{-1} \text{ es continua}$$

2. Sea $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \longrightarrow \mathbb{R}$ continua y tal que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Probar que f es uniformemente continua en $\mathbb{R}_{\geq 0}$.

3. Analizar la validez de la siguiente afirmación

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^3 x + \frac{\arctg(nx^2)}{n+x} dx = \frac{9}{2}$$

4. Si $C \subset \mathbb{R}^n$ es conexo y a es un punto de acumulación de C , mostrar que $C \cup \{a\}$ también es conexo.

5. Dadas las funciones $f(x) = e^x$ y $\alpha(x) = x - [x]$, estudiar la existencia y, en caso afirmativo, hallar

$$\int_0^2 f d\alpha$$