

## ANÁLISIS II - MATEMÁTICA 3

### Práctica 0

#### Integral definida.

1. Encontrar  $G'(x)$  para las siguientes:

$$(1) G(x) = \int_0^x (t^2 + t) dt.$$

$$(2) G(x) = \int_0^x \operatorname{sen}^4 u \tan u du \quad \text{si } -\pi/2 \leq x \leq \pi/2.$$

$$(3) G(x) = \int_x^1 u^2 \sqrt{u^2 + 1} du.$$

2. Si  $a \neq 0$  y  $f(x) = \int_0^x \frac{s}{\sqrt{s^2 + a^2}} ds$ , demostrar que  $f$  es siempre cóncava hacia arriba.

3. Si  $f(x) = \int_0^x \frac{1+t}{1+t^2} dt$ , hallar los intervalos en los que  $f$  es cóncava hacia arriba.

4. Calcular  $\int_0^4 f(x) dx$  para las siguientes:

$$(1) f(x) = |x - 2|.$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ x & \text{si } 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

5. Encontrar el valor medio de las siguientes funciones en los intervalos indicados.

$$(1) f(x) = \operatorname{sen}^2 x \cos x \quad [0, \pi].$$

$$(2) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \quad [0, \pi/2].$$

6. Calcular las siguientes integrales:

$$a) \int_0^{\pi/3} \tan x \, dx$$

$$b) \int_1^2 \frac{e^{3/x}}{x^2} \, dx$$

$$c) \int_4^6 \frac{\sqrt{t^2 - 4}}{t^3} \, dt$$

$$d) \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \operatorname{cosec}^2 x \, dx$$

$$e) \int_4^6 \frac{x - 17}{x^2 + x - 12} \, dx$$

$$f) \int_0^4 \frac{t}{\sqrt{9 + t^2}} \, dt$$

7. Dibujar la región limitada por las gráficas de las funciones dadas y calcular su área:

- (1)  $f(x) = x^2 - 6x$  y  $g(x) = 0$ .
- (2)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  y  $g(x) = 2x + 5$ .
- (3)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  y  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$ .
- (4)  $f(x) = 3x^2$  y  $g(x) = x^3$ .
- (5)  $f(x) = 3(x^3 - x)$  y  $g(x) = 0$ .
- (6)  $f(x) = (x - 1)^3$  y  $g(x) = x - 1$ .
- (7)  $f(x) = |x|$  y  $g(x) = x^2 - 1$ .

8. Calcular el volumen de los sólidos que se forman al girar la región dada alrededor del eje  $x$

- (1)  $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq -x + 1\}$
- (2)  $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- (3)  $R_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$

9. Calcular el volumen del sólido formado al girar la región (acotada) limitada por las gráficas de las funciones  $f(x) = x^2 + 2$  y  $g(x) = 4 - x^2$  alrededor del eje  $x$ .

10. Calcular la longitud del arco de la gráfica de las siguientes funciones en el intervalo indicado

- (1)  $f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$  en el intervalo  $[1/2, 2]$ .
- (2)  $g(x) = \ln(\cos x)$  en el intervalo  $[0, \pi/4]$ .
- (3)  $\frac{3}{2} x^{2/3}$  en el intervalo  $[1, 8]$ .