Continuación práctica 4

20 Para los siguientes campos vectoriales $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

(a) Demuestre que es un campo conservativo.

(b) Determine una función potencial de F.

(c) Calcule la integral de línea de F a lo largo de alguna curva, la que quieran, que una el origen con el punto P indicado.

i) $F(x,y) = (2xy^3 + y + 1, 3x^2y^2 + x + 7)$, $P = (1,1)$.
ii) $F(x,y) = (y^2e^{x+y} + 1, ye^{x+y}(y+2) + 1)$, $P = (1,1)$.
iii) $F(x,y,z) = (2xy^3z, 3x^2y^2z, x^2y^3)$, $P = (1,1,1)$.
iv) $F(x,y,z) = (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$, $P = (1,1,1)$.

21 Calcular

$$a) \quad \int_{(1,0)}^{(3,2)} 2xy\,dx + x^2\,dy \qquad\qquad b) \quad \int_{(0,0,0)}^{(3,-2,5)} 3x\,dx + y^3\,dy - z^2\,dz$$

¿Por qué en ninguno de los dos casos se da una curva que una los extremos de integración? Justificar.

Calcular la integral de línea del campo $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x,y,z) = \left(e^{xz}(xyz^2 + yz), xze^{xz}, e^{xz}(x^2yz + xy)\right)$$

22 a lo largo de la curva $\sigma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$\sigma(t) = \left(\frac{\operatorname{senh} 5t}{\operatorname{senh} 5}, t^4 + 5t^3 - 3t^2 - 2t, \frac{1}{\ln 7}\ln(1 + 6t^8)\right)$$

23 Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1 definida en $\mathbb{R}$. Demuestre que

$$\int_C f(x^2 + y^2)(x\,dx + y\,dy) = 0$$

donde C es cualquier curva cerrada.