

Análisis II - Matemática 3

PRÁCTICA 0 - INTEGRAL DEFINIDA

1. Encontrar $G'(x)$ para las siguientes:

(a) $G(x) = \int_0^x (t^2 + t) dt.$

(b) $G(x) = \int_0^x \sen^4 u \tan u du$ si $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2.$

(c) $G(x) = \int_x^1 u^2 \sqrt{u^2 + 1} du.$

2. Si $a \neq 0$ y $f(x) = \int_0^x \frac{s}{\sqrt{s^2 + a^2}} ds$, demostrar que f es siempre cóncava hacia arriba.

3. Si $f(x) = \int_0^x \frac{1+t}{1+t^2} dt$, hallar los intervalos en los que f es cóncava hacia arriba.

4. Calcular $\int_0^4 f(x) dx$ para las siguientes:

(a) $f(x) = |x - 2|.$

(b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ x & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$

5. Encontrar el valor medio de las siguientes funciones en los intervalos indicados.

(a) $f(x) = \sin^2 x \cos x$ $[0, \pi].$

(b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}$ $[0, \pi/2].$

6. Calcular las siguientes integrales:

(a) $\int_0^{\pi/3} \tan x dx$

(b) $\int_1^2 \frac{e^{3/x}}{x^2} dx$

(c) $\int_4^6 \frac{\sqrt{t^2 - 4}}{t^3} dt$

(d) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} x \operatorname{cosec}^2 x dx$

(e) $\int_4^6 \frac{x - 17}{x^2 + x - 12} dx$

(f) $\int_0^4 \frac{t}{\sqrt{9 + t^2}} dt$

7. Dibujar la región limitada por las gráficas de las funciones dadas y calcular su área:

(a) $f(x) = x^2 - 6x$ y $g(x) = 0$.

(b) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = 2x + 5$.

(c) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 3$.

(d) $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = x^3$.

(e) $f(x) = 3(x^3 - x)$ y $g(x) = 0$.

(f) $f(x) = (x - 1)^3$ y $g(x) = x - 1$.

(g) $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 1$.

8. Calcular el volumen de los sólidos que se forman al girar la región dada alrededor del eje x

(a) $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq -x + 1\}$

(b) $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

(c) $R_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$

9. Calcular el volumen del sólido formado al girar la región (acotada) limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + 2$ y $g(x) = 4 - x^2$ alrededor del eje x .

10. Calcular la longitud del arco de la gráfica de las siguientes funciones en el intervalo indicado

(a) $f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ en el intervalo $[1/2, 2]$.

(b) $g(x) = \ln(\cos x)$ en el intervalo $[0, \pi/4]$.

(c) $\frac{3}{2} x^{2/3}$ en el intervalo $[1, 8]$.