2do cuat. 2005

Análisis II - Matemática 3

Práctica 0 - Integral definida

1. Encontrar $G'(x)$ para las siguientes:

   (a) $G(x) = \displaystyle\int_0^x (t^2 + t)\, dt$.

   (b) $G(x) = \displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}^4 u \tan u\, du \quad \text{si } -\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

   (c) $G(x) = \displaystyle\int_x^1 u^2\sqrt{u^2+1}\, du$.

2. Si $a \neq 0$ y $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{s}{\sqrt{s^2+a^2}}\, ds$, demostrar que f es siempre cóncava hacia arriba.

3. Si $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{1+t}{1+t^2}\, dt$, hallar los intervalos en los que f es cóncava hacia arriba.

4. Calcular $\displaystyle\int_0^4 f(x)\, dx$ para las siguientes:

   (a) $f(x) = |x-2|$.

   (b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ x & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$

5. Encontrar el valor medio de las siguientes funciones en los intervalos indicados.

   (a) $f(x) = \sin^2 x \cos x \qquad [0, \pi]$.

   (b) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+16}} \qquad [0, \pi/2]$.

6. Calcular las siguientes integrales:

   (a) $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \tan x\, dx$ (b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{3/x}}{x^2}\, dx$

   (c) $\displaystyle\int_4^6 \frac{\sqrt{t^2-4}}{t^3}\, dt$ (d) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3} x \operatorname{cosec}^2 x\, dx$

   (e) $\displaystyle\int_4^6 \frac{x-17}{x^2+x-12}\, dx$ (f) $\displaystyle\int_0^4 \frac{t}{\sqrt{9+t^2}}\, dt$

7. Dibujar la región limitada por las gráficas de las funciones dadas y calcular su área:

   (a) $f(x) = x^2 - 6x$ y $g(x) = 0$.
   (b) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = 2x + 5$.
   (c) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 3$.
   (d) $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = x^3$.
   (e) $f(x) = 3(x^3 - x)$ y $g(x) = 0$.
   (f) $f(x) = (x - 1)^3$ y $g(x) = x - 1$.
   (g) $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 1$.

8. Calcular el volumen de los sólidos que se forman al girar la región dada alrededor del eje x

   (a) $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, -1 \leq x \leq 1\, ;\, 0 \leq y \leq -x + 1\}$
   (b) $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, 1 \leq x \leq 4\, ;\, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
   (c) $R_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, -2 \leq x \leq 2\, ;\, 0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$

9. Calcular el volumen del sólido formado al girar la región (acotada) limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + 2$ y $g(x) = 4 - x^2$ alrededor del eje x.

10. Calcular la longitud del arco de la gráfica de las siguientes funciones en el intervalo indicado

    (a) $f(x) = \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{1}{2x}$ en el intervalo $[1/2, 2]$.
    (b) $g(x) = \ln(\cos x)$ en el intervalo $[0, \pi/4]$.
    (c) $\dfrac{3}{2}\, x^{2/3}$ en el intervalo $[1, 8]$.