Análisis II - Matemática 3

2do cuatrimestre de 2005

Práctica 4 - Continuación

1. Para los siguientes campos vectoriales $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$,
   (a) Demuestre que es un campo conservativo.
   (b) Determine una función potencial de F.
   (c) Calcule la integral de línea de F a lo largo de alguna curva, la que quieran, que una el origen con el punto indicado.
      i. $F(x,y) = (2xy^3 + y + 1, 3x^2y^2 + x + 7)$, $P = (1,1)$.
      ii. $F(x,y) = (y^2e^{x+y} + 1, ye^{x+y}(y+2) + 1)$, $P = (1,1)$.
      iii. $F(x,y,z) = (2xy^3z, 3x^2y^2z, x^2y^3)$, $P = (1,1,1)$.
      iv. $F(x,y,z) = (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$, $P = (1,1,1)$.

2. Calcular

$$\text{(a)} \int_{(1,0)}^{(3,2)} 2xy\,dx + x^2\,dy; \qquad \text{(b)} \int_{(0,0,0)}^{(3,-2,5)} 3x\,dx + y^3\,dy - z^2\,dz.$$

   ¿Por qué en ninguno de los dos casos se da una curva que una los extremos de integración? Justificar.

3. Calcular la integral de línea del campo $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x,y,z) = (e^{xz}(xyz^2 + yz), xze^{xz}, e^{xz}(x^2yz + xy))$$

   a lo largo de la curva $\sigma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$\sigma(t) = \left(\frac{\sinh 5t}{\sinh 5}, t^4 + 5t^3 - 3t^2 - 2t, \frac{1}{\ln 7}\ln(1+6t^8)\right)$$

4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1. Demuestre que

$$\int_C f(x^2+y^2)(x\,dx + y\,dy) = 0,$$

   para toda curva cerrada C.