

Análisis II - Matemática 3

Práctica 6 - Adicionales

1. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = x + 3y \end{cases}$$

Determinar para qué valores de a y b la solución general del sistema resulta periódica.

2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 + y_2 \\ y_2' = -y_1 + 2y_2 \end{cases}$$

con datos iniciales $y_1(0), y_2(0)$.

Mostrar que si estos datos iniciales cumplen $y_1(0) > y_2(0) > 0$, entonces estas desigualdades valen para todo $t \geq 0$, es decir las soluciones cumplen $y_1(t) > y_2(t) > 0, \quad \forall t \geq 0$.

3. Determinar todos los $\alpha \in \mathbf{R}$ tales que la solución del sistema

$$\begin{cases} y_1'(t) = -3y_1(t) + \alpha y_2(t) \\ y_2'(t) = 2y_1(t) + y_2(t) \end{cases}$$

permanezca acotada cuando $t \rightarrow +\infty$.

4. Un modelo matemático para una carrera armamentista entre dos países cuyos gastos de defensa están expresados por las variables $x(t)$ e $y(t)$ respectivamente está dado por :

$$\begin{cases} x'(t) = 2y(t) - x(t) + a \\ y'(t) = 4x(t) - 3y(t) + b \end{cases}$$

donde a y b son constantes que miden la confianza o desconfianza que cada país tiene en el otro. Sabiendo que inicialmente $x(0) = 1$ e $y(0) = 4$ determinar si para algún valor de a y b habrá desarme .