

Análisis II—Análisis matemático II—Matemática 3

Práctica 1 - Complemento

Este complemento de la práctica 1 está pensado para el entrenamiento en el cálculo de integrales dobles y triples. Se recomienda que las personas que no vieron estos temas en la materia Análisis I dediquen un tiempo a realizar estos ejercicios.

Ejercicio 1 Calcule las siguientes integrales

$$\begin{array}{ll}
 (a) \int_0^1 \int_0^{x^2} dy dx & (b) \int_1^2 \int_{2x}^{3x+1} dy dx \\
 (c) \int_0^1 \int_1^{e^x} (x+y) dy dx & (d) \int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} y dy dx \\
 (e) \int_{-3}^2 \int_0^{y^2} (x^2+y) dx dy & (f) \int_{-1}^1 \int_{-2|x|}^{|x|} e^{x+y} dy dx \\
 (g) \int_0^1 \int_0^{(1-x^2)^{1/2}} dy dx & (h) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos x} y \sin x dy dx \\
 (i) \int_0^1 \int_{y^2}^y (x^n + y^m) dx dy \quad (m, n > 0) & (j) \int_{-1}^0 \int_0^{2(1-x^2)^{1/2}} x dy dx \\
 (k) \int_0^\pi \int_0^{\sen y} y dx dy & (l) \int_{-2}^0 \int_{x^3}^{x+1} (y^2 + 1) dy dx
 \end{array}$$

Ejercicio 2 Calcular

$$\int_T (x \sen x + y \sen (x+y)) dx dy$$

siendo T el triángulo de vértices $(1, 0)$, $(0, 1)$ y $(3, 3)$.

Ejercicio 3 Sea D la región acotada por los semiejes positivos de x e y y la recta $3x + 4y = 10$. Calcular

$$\int_D (x^2 + y^2) dx dy$$

Ejercicio 4 Calcular $\int_D y^2 x^{1/2} dx dy$ donde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > x^2, y < 10 - x^2\}$$

Ejercicio 5 Calcular $\int_T e^{x-y} dx dy$ donde T es el triángulo con vértices $(0, 0)$, $(1, 3)$, y $(2, 2)$.

Ejercicio 6 Calcular el volumen de un cono de base de radio r y altura h .

Ejercicio 7 Calcular el volumen de las siguientes regiones:

1. El volumen V encerrado por la superficie $z = x^2 + y^2$ y el plano $z = 10$.
2. El volumen V encerrado por el cono de altura 4 dado por $z^2 = x^2 + y^2$.
3. El volumen V encerrado por las superficies $x^2 + y^2 = z$ y $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
4. El volumen V del elipsoide con semiejes a, b y c .
5. El volumen V determinado por $x^2 + y^2 + z^2 \leq 10$ y $z \geq 2$.