Programa de Análisis Complejo (2do. cuat. del 2000)

1. Topología y continuidad: módulo, abierto conexo, compacto (equivalencias), límite de sucesiones, regiones, esfera de Riemann. Homografías: comportamiento general. Límite y continuidad de funciones de variable compleja. Derivabilidad: regla de la cadena, derivada de la inversa, ecuaciones de Cauchy-Riemann, holomorfía.

2. Integrales curvilíneas, primitiva, Barrow. Dominios simplemente conexos, Teor. de Green, Teor. de Cauchy-Goursat. Fórmula de Cauchy, derivadas sucesivas, desigualdades de Cauchy, principio del módulo máximo, Teor. de Morera, Teor. de Liouville, Teor. fundamental del álgebra. Funciones ármonicas. Relaciones locales y globales con la funciones holomorfas. Teor. del valor medio.

3. Series numéricas, criterios de convergencia. Series de funciones: convergencia puntual, puntual absoluta, uniforme y normal. Criterio de Weierstrass. Series de potencias: radio de convergencia. Derivación e integración de series. Desarrollo de Taylor: anlítica implica holomorfa y viceversa. Ceros y principio de identidad.

4. Serie de Laurent: región de convergencia. Clasificación de singularidades aisladas: evitable, polo, esencial. Estudio de polos. Teor. de Weiersrass sobre singularidades esenciales. Singularidad en el infinito.

5. Residuos: el infinito, funciones meromorfas, Teor. de los residuos. Funciones meromorfas en la esfera de Riemann. Cálculo de residuos, derivada logarítmica y su integral en un arco cerrado, Teor. de Rouché y aplicaciones. Holomorfa implica abierta. Cálculo de integrales por el método de los residuos.

6. Teor. de Hurwitz y aplicaciones: límites de funciones inyectivas y de funciones nunca nulas. Series de funciones meromorfas, convergencia uniforme y normal sobre compactos. Ejemplos: $(\pi/\sin \pi z)^2$ y $\pi \cot \pi z$.

7. Productos infinitos numéricos y de funciones holomorfas. El teorema de Weierstrass de descomposición de funciones enteras. Funciones de género finito, desarrollo del seno. La función Gamma, propiedades elementales y relación con la función seno. Ceros de funciones holomorfas en un abierto arbitrario. Generalizaciones del Teor. de Weierstrass. Meromorfa = cociente de holomorfas. Ceros de funciones analíticas acotadas en el disco abierto: fórmula de Jensen y productos de Blaschke.

8. Representación conforme. Lema de Schwarz y automorfismos del disco. El teorema de Arzela-Ascoli en abiertos del plano. Familias normales: propiedades y condiciones de normalidad. Convergencia puntual y localmente acotada implica convergencia uniforme sobre compactos. El teorema fundamental de Riemann.

Bibliografía.

1. Variable Compleja y Aplicaciones, autores: R. Churchill y J. Brown.
2. Teoría Elemental de las Funciones Analíticas de Una y Varias Variables Complejas, autor: H. Cartan.
3. Análisis Complejo, autor: L. Ahlfors.

Daniel Suárez
Departamento de Matemática