

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA 6

Estadísticos de Orden - Gráficos Cuantil-Cuantil

Ejercicio 1:

a) La función `sort` en su forma más simple toma un vector como argumento y devuelve el vector ordenado. El vector a ser ordenado puede ser numérico o carácter y si hay un atributo de nombres éstos son conservados.

```
> datos <- c(0.2, 3.4, 2.8, 4.5, 3.3, 2.8, 2.8, 3.3)
> names(datos) <- c("b", "d", "g", "l", "a", "r", "d", "i")
```

Recuerde: para generar un vector en el que cada componente tiene un nombre se utiliza la función `names`.

```
> sort(datos)
  b   g   r   d   a   i   d   l
0.2 2.8 2.8 2.8 3.3 3.3 3.4 4.5
```

¿Qué ocurre con el orden de los empates?

b) El segundo argumento de `sort`. es el argumento, `partial`, especifica un índice o conjunto de índices que representan el orden del estadístico de orden garantizado a ser correcto en el resultado. Hallemos la mediana de un conjunto grande de datos de una $N(0,1)$.

```
> set.seed(14)
> x<-rnorm(100001)
> sort(x,partial=50001)[50001]
[1] -0.005984796 ***En R
[1] -0.002208236 *** S-Plus
```

Verificamos el resultado

```
> median(x)
[1] -0.005984796 ***En R
[1] -0.002208236 *** S-Plus
```

c) Pruebe dando un vector de índices al argumento `partial`.

```
sort(x,partial=c(1,50001))[c(1,50001)]
```

d) ¿Qué efecto produce la función `set.seed`?

Ejercicio 2:

También se puede ordenar un vector mediante la función `sort.list(x)`. A continuación se muestra un ejemplo.

```
> x<-c(2,1,3,5,7,6,10,8,11,20,19,18,17)
> sort.list(x)
[1] 2 1 3 4 6 5 8 7 9 13 12 11 10
> x[sort.list(x)]
[1] 1 2 3 5 6 7 8 10 11 17 18 19 20
```

a)

- ¿Qué devuelve `sort.list(x)`?
- ¿Qué devuelve `x[sort.list(x)]`?
- Explique cómo se obtiene el vector ordenado y construya su propio ejemplo.
- ¿Qué devuelve `x[sort.list(-x)]`?
- ¿Qué devuelve `x[sort.list(x)==(length(x)+1)/2]`? y `x[sort.list(x)][(length(x)+1)/2]`

b) Halle la mediana, los cuartos y los cuartiles de `x` utilizando la función `sort.list`.

c) Repita b) para un conjunto de 20 datos.

d) Construya una matriz `X` de 5 filas y 3 columnas y un vector `y` de longitud 5. Ordene el vector `y` en orden creciente y reordene las filas de la matriz `X` de manera que se mantenga la correspondencia original con los valores de `y`.

Sugerencia: Utilice el siguiente ejemplo del help como guía

```
# sort a matrix according to its 1st column
mat[ sort.list(mat[,1]), ]
```

Ejercicio 3: Índices y valores de un vector.

a) Construya un vector con nombres

```
> set.seed(14)
```

```
> x1<-round(rnorm(10),1)

> names(x1)<-letters[1:10]
> x1
  a  b c d  e  f  g h  i  j
-1.9 0.2 0 1 0.4 0.7 -2.5 1 -0.6 -0.6
```

y estudie qué realizan las siguientes instrucciones:

```
names(x1)[seq(along=x1)[x1== -2.5]]
names(x1)[x1== -2.5]
```

b) Halle los índices que corresponden a valores mayores que 0.5 en el vector "x1".

c) Halle las componentes del vector "x1" que son mayores que 3.

d) Para los datos dados en "hills", halle donde está la carrera en la que se trepa 2100 pies. Sugerencias:

```
> library(MASS)
> help("hills")
> colinas <-hills
```

Si trabaja con S-Plus mire que objeto ha creado en Object Explorer.

En R o S-plus puede usar `data.class(colinas)`

Utilice la función `row.names`.

Ejercicio 4: El orden (o rango) de cada componente de un vector puede obtenerse mediante la función `rank`.

a) Compare el tratamiento que da cada una de las funciones, `sort.list` y `rank` a los empates.

```
> x <- c(5,2,8,5)
> sort.list(x)
[1] 2 1 4 3
> rank(x)
[1] 2.5 1.0 4.0 2.5
```

b) La siguiente es una forma de obtener un vector ordenado en forma decreciente, obtenga el mismo resultado de otra manera.

```
> rev(x)
[1] 5 8 2 5
> rev(sort(x))
[1] 8 5 5 2
```

Ejercicio 5: ORDENACIÓN POR VARIAS CLAVES

a) La función `order` toma una cantidad arbitraria de argumentos y devuelve un vector de índices que ordena el primer argumento en orden creciente, dentro de los empates del primer arg. se ordena el segundo y así siguiendo. Por ejemplo sirve para ordenar a los empleados por edad y dentro de la edad por salario. Vea que obtiene mediante el siguiente ejemplo.

```
age <- c(25,30,28,32,30,30,25,25,32,25,30)
salary <-
c(120,400,500,350,150,170,130,130,300,400,550)
No <- c(15512,14672,12330,18285,18232, 17625,
        42324,53421,78541, 98073,65747)
ord <- order(age,salary)

cbind(age[ord],salary[ord],No[ord])
aaa <- cbind(age[ord],salary[ord],No[ord])
dimnames(aaa)<-
list(letters[1:11],c("edad","salario","No"))

data.class(aaa)
aaa*aaa
aaa%%t(aaa)
```

Con un `data.frame` puede realizar casi las mismas operaciones que con las instrucciones anteriores. ¿Qué no puede hacer? Analice las instr. siguientes.

```
aaa<-
data.frame(age=age[ord],sal=salary[ord],No=No[ord])
data.class(aaa)
aaa*aaa
aaa%%t(aaa)
```

b) Estudie qué se obtiene mediante la instrucción siguiente

```
state.name[rev(order(state.x77[, "Area"]))][1:10]
```

c) Con referencia a `state.x77` obtenga los 10 estados con mayor porcentaje de graduados en la escuela secundaria ("`HS Grad`") y dichos porcentajes.

d) Obtenga los 10 estados con mayor porcentaje de analfabetos y dentro de cada porcentaje ordene de acuerdo al porcentaje de asesinatos.

e) Ídem d) con el menor porcentaje de analfabetos y compare.

Ejercicio 6 Las funciones `sort`, `sort.list`, `rank` y `order` tienen un argumento `na.last` cuyo valor determina el manejo de los valores faltantes. Indique cuáles son esos valores y qué ocurre en cada caso.

Ejercicio 7:

A partir de la siguiente definición general de cuantil para un conjunto de n datos:

x_p es el p -ésimo cuantil si

$$P(X < x_p) \leq p \text{ y } P(X > x_p) \leq 1 - p$$

O sea, **la Proporción(datos $< x_p$) $\leq p$ y la Proporción(datos $> x_p$) $\leq 1 - p$**

a) muestre que el dato en la posición i , $x_{(i)}$, es el p -cuantil para todo p que satisface

$$\frac{i-1}{n} \leq p \leq \frac{i}{n}$$

b) La definición tradicional ubica al cuartil en la posición

$$i = (n+1) / 4$$

es decir que $p = \frac{1}{4}$ y $i = (n+1)p$. Muestre que esta definición satisface la condición dada en a).

c) Del `help` de la función `quantile` del S-PLUS obtenemos

The algorithm linearly interpolates between order statistics of x , assuming that the i th order statistic is the $(i-1)/(\text{length}(x)-1)$ quantile.

es decir que asigna al dato en la posición i el cuantil

$$p = (i - 1) / (n - 1)$$

de esta manera obtiene valores entre cero y uno para los cuantiles de un conjunto de datos. Muestre que esta asignación satisface la condición dada en a).

d) Muestre que la mediana y los cuartos satisfacen la condición dada en a).

Ejercicio 8

Del `help` de la función `ppoints` del S-PLUS obtenemos:

```
ppoints(n, a=0.5)
```

VALUE:

vector of length n containing the values $(1:n - a) / (n+1-2*a)$.

La función `ppoints(n, a=0.5)` da un vector de probabilidades (p-points).

a) Verifique que si esas probabilidades son asignadas a los estadísticos de orden 1, 2, 3, ..., n se satisfacen las condiciones dadas en el ejercicio 7 a), cuando $0 \leq a \leq 1$.

b) Analice las siguientes instrucciones

```
> n <- 12
```

```
> ppoints(n, 3/8) # hemos cambiado el valor por defecto
```

```
[1] 0.05102041 0.13265306 0.21428571 0.29591837 0.37755102  
0.45918367
```

```
[7] 0.54081633 0.62244898 0.70408163 0.78571429 0.86734694  
0.94897959
```

Observe que se obtiene lo mismo con:

```
> a <- 3/8  
> (1:n - a)/(n + 1 - 2 * a)  
[1] 0.05102041 0.13265306 0.21428571 0.29591837 0.37755102  
0.45918367  
[7] 0.54081633 0.62244898 0.70408163 0.78571429 0.86734694  
0.94897959  
  
> ppoints(n) # por defecto a=0.5  
[1] 0.04166667 0.12500000 0.20833333 0.29166667 0.37500000  
0.45833333  
[7] 0.54166667 0.62500000 0.70833333 0.79166667 0.87500000  
0.95833333
```

Observe que se obtiene lo mismo con:

```
> a <- 1/2  
> (1:n - a)/(n + 1 - 2 * a)  
[1] 0.04166667 0.12500000 0.20833333 0.29166667 0.37500000  
0.45833333  
[7] 0.54166667 0.62500000 0.70833333 0.79166667 0.87500000  
0.95833333
```

Ejercicio 9:

a) Vea qué obtiene al aplicar las siguientes funciones a **x** dado por

```
x <- seq(1,120,0.5):
```

```
summary, max, min, range, quantile
```

b) Vea que ocurre cuando hay un dato faltante,

```
> y<- c(x[1:10], NA ,x[11:239])  
con  
> quantile(y, c(0.05,0.10,0.90,0.95))  
  
> quantile(y, c(0.05,0.10,0.90,0.95),na.rm=TRUE)
```

Ejercicio 10

a) Estudie que realiza la función `qqplot` en los siguientes ejemplos

```
> bb <- qqplot(1:10, 20:11)
> bb
$x:
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$y:
 [1] 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
```

```
> bb <- qqplot(1:10, 1:20)
> bb
$x:
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$y:
 [1] 1.000000 3.111111 5.222222 7.333333 9.444444
     11.555556 13.666667
 [8] 15.777778 17.888889 20.000000
```

b) Compare la distribución de dos conjuntos de datos, cada uno correspondiente a una variable, mediante el gráfico cuantil-cuantil

```
> qqplot(x,y)
```

Ejercicio 11.

a) Verifique que la función `qqnorm` toma los cuantiles definidos por la función `ppoints` con el valor por defecto `a=0.5`

```
> aa <- qqnorm(1:n, plot = F)
> aa
$x:
 [1] -1.7316644 -1.1503494 -0.8122178 -0.5485223 -0.3186394 -
     0.1046335
 [7] 0.1046335 0.3186394 0.5485223 0.8122178 1.1503494
     1.7316644
```



```
$y:  
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
  
> qnorm(ppoints(1:n))  
[1] -1.7316644 -1.1503494 -0.8122178 -0.5485223 -0.3186394 -  
0.1046335  
[7] 0.1046335 0.3186394 0.5485223 0.8122178 1.1503494  
1.7316644
```

Construya el gráfico `plot(aax,aay)` y compare `qqnorm`

```
plot(aa$x,aa$y)
```

```
qqnorm(1:n)
```

c) Compare la distribución de cada uno de los conjuntos de datos anteriores con la distribución normal utilizando `qqnorm` y `qqline`.

d) También puede comparar la distribución de un conjunto de datos con la de cualquier distribución. Por ejemplo con la t con 2 grados de libertad.

```
plot(qt(ppoints(x),2),sort(x))
```

Pruebe con varias distribuciones, puede utilizar por ejemplo `qchisq`, `qexp`, `qf` ó `qgamma`.

Ejercicio 12: Analice cada una de las variables que aparecen en el conjunto de datos dados en "hills"

```
En R y S-Plus  
> library(MASS)  
> help(hills)
```

Para cada una de ellas

- halle medidas resumen
- observe su distribución (histogramas, densidad, tallo-hoja, boxplots)
- compare con distribuciones teóricas