COMPARACIÓN DE LOTES MEDIANTE BOXPLOTS

EJEMPLO: LAS CIUDADES MÁS POBLADAS EN 16 PAÍSES

El *World Almanac* de 1967 lista 16 países que tienen 10 o más ciudades grandes; entre estas se han elegido las 10 más pobladas.

- Cómo se comparan las medianas a través de las naciones?
- Son las menores ciudades más grandes de China mayores que las más grandes ciudades de algunos de los otros países?
- Tienen los países con ciudades más grandes una tendencia a tener mayor variabilidad entre las poblaciones?
- Cuánta asimetría tienen los diferentes conjuntos de datos?

(1) Sweden		(2) Netherlands		(3) Canada		(4) France	
Stockholm	7.87	Amsterdam	8.68	Montreal	11.91	Paris	28.11
Goteborg	4.22	Rotterdam	7.31	Toronto	6.72	Marseilles	7.83
Malmo	2.49	The Hague	6.02	Vancouver	3.84	Lyon	5.35
Norrkoping	0.94	Utrecht	2.64	Edmonton	2.81	Toulouse	3.30
Vasteras	0.89	Eindhoven	1.75	Hamilton	2.73	Nice	2.94
Uppsala	0.87	Haarlem	1.72	Ottawa	2.68	Bordeaux	2.54
Orebro	0.81	Groningen	1.51	Winnipeg	2.65	Nantes	2.46
Halsingborg	0.78	Tilburg	1.42	Calgary	2.49	Strasbourg	2.33
Linkoping	0.71	Enschede	1.31	Quebec	1.71	St. Etienne	2.03
Boras	0.69	Arnhem	1.29	London	1.69	Lille	1.99

(5) Mexico		(6) Argentina		(7) Spain		(8) England	
MexicoCity	31.18	BuenosAires	29.66	Madrid	25.99	London	79.86
Guadalajara	10.12	Rosario	7.61	Barcelona	16.96	Birmingham	11.02
Monterrey	8.06	Cordoba	6.35	Valencia	5.01	Liverpool	7.22
Juarez	3.79	La Plata	4.10	Seville	4.74	Manchester	6.38
Puebla	3.46	Avellaneda	3.80	Zaragoza	3.57	Leeds	5.09
Mexicali	2.91	Santa Fe	2.75	Bilboa	3.34	Sheffield	4.88
Leon	2.71	Mar del Plata	2.70	Malaga	3.12	Bristol	4.30
Torreon	2.17	Gral.SanMartin	2.69	Murcia	2.64	Coventry	3.30
Chihuahua	2.06	Tucuman	2.51	Cordoba	2.14	Nottingham	3.10
SanLuisPotosi	1.86	Lanus	2.44	Palma	1.69	Kingston	2.99

(9) Italy		(10) West Germany		(11) Brazil		(12) Soviet Union	
Rome	23.59	WestBerlin	21.92	Sao Paulo	49.81	Moscow	63.34
Milan	15.80	Hamburg	18.56	RiodeJaneiro	38.57	Leningrad	36.36
Naples	11.82	Munich	11.42	Recife	9.68	Kiev	13.32
Turin	11.14	Cologne	8.27	BeloHorizonte	9.52	Baku	11.37
Genoa	7.84	Essen	7.28	Salvador	8.08	Tashkent	10.90
Palermo	5.90	Dusseldorf	7.02	Porto Alegre	8.03	Gorky	10.84
Florence	4.54	Frankfurt	6.94	Fortaleza	6.99	Kharkov	10.70
Bologna	4.44	Dortmund	6.53	Curitiba	5.02	Novosibirsk	10.27
Catania	3.61	Bremen	5.84	Belem	4.95	Kuibyshev	9.50
Venice	3.36	Hannover	5.66	Niterol	2.78	Sverdlovsk	9.17

(13) Japan		(14) United States		(15) India		(16) China	
Tokyo	110.21	NewYork	77.81	Bombay	45.37	Shangai	69.00
Osaka	32.14	Chicago	35.50	Calcutta	30.03	Beijing	40.10
Nagoya	18.88	LosAngeles	24.79	Delhi	22.98	Hong Kong	36.92
Yokohama	16.39	Philadelphia	20.02	Hyderabad	20.62	Tianjin	32.20
Kyoto	13.37	Detroit	16.70	Madras	17.25	Shenyang	24.11
Kobe	11.95	Baltimore	9.39	Howrah	16.11	Wuhan	21.46
KitaKyush	10.70	Houston	9.38	Ahmedabad	11.49	Chongqing	21.21
Kawasaki	7.89	Cleveland	8.76	Kanpur	9.47	Canton	16.50
Fukuoka	7.71	Washington,DC	7.63	Bangalore	9.07	Xian	15.00
Sapporo	7.04	St. Louis	7.50	Poona	7.21	Nanjing	11.13

Los datos se encuentran en el archivo POBL16.txt

```
> pobl16 <- read.table(file.choose(),header
=T)
> summary(pobl16)
```

Las respuestas a las preguntas planteadas pueden obtenerse a partir las siguientes medidas resumen

Tabla 12: medidas resumen de las poblaciones de 10 ciudades mayores de 16 países

SWEDEN	NETHERLANDS	CANADA	FRANCE
Min. :0.6900	Min. :1.290	Min. : 1.690	Min. : 1.990
1st Qu.:0.7875	1st Qu.:1.442	1st Qu.: 2.530	1st Qu.: 2.362
Median :0.8800	Median :1.735	Median : 2.705	Median : 2.740
Mean :2.0270	Mean :3.365	Mean : 3.923	Mean : 5.888
3rd Qu.:2.1020	3rd Qu.:5.175	3rd Qu.: 3.582	3rd Qu.: 4.837
Max. :7.8700	Max. :8.680	Max. :11.910	Max. :28.110
MEXICO	ARGENTINA	SPAIN	ENGLAND
Min. : 1.860	Min. : 2.440	Min. : 1.690	Min. : 2.990
1st Qu.: 2.305	1st Qu.: 2.692	1st Qu.: 2.760	1st Qu.: 3.550
Median : 3.185	Median : 3.275	Median : 3.455	Median : 4.985
Mean : 6.832	Mean : 6.461	Mean : 6.920	Mean :12.810
3rd Qu.: 6.992	3rd Qu.: 5.788	3rd Qu.: 4.942	3rd Qu.: 7.010
Max. :31.180	Max. :29.660	Max. :25.990	Max. :79.860
ITALY	WGERMANY	BRAZIL	URSS
Min. : 3.360 1st Qu.: 4.465	Min. :5.660 1st Qu.:6.632	Min. : 2.780 1st Qu.: 5.512	Min. : 9.17 1st Qu.:10.38
Median : 6.870	Median :7.150	Median : 8.055	Median :10.87
Mean : 9.204	Mean :9.944	Mean :14.340	Mean :18.58
3rd Qu.:11.650	3rd Qu.:10.630	3rd Qu.: 9.640	3rd Qu.:12.83
Max. :23.590	Max. :21.920	Max. :49.810	Max. :63.34
JAPAN	USA	INDIA	CHINA
Min. : 7.040	Min. : 7.500	Min. : 7.210	Min. :11.13
1st Qu.: 8.592	1st Qu.: 8.915	1st Qu.: 9.975	1st Qu.:17.68
Median : 12.660	Median :13.040	Median :16.680	Median :22.78
Mean : 23.630	Mean :21.750	Mean :18.960	Mean :28.76
3rd Qu.: 18.260	3rd Qu.:23.600	3rd Qu.:22.390	3rd Qu.:35.74
Max. :110.200	Max. :77.810	Max. :45.370	Max. :69.00

En la práctica, un gráfico con los boxplots en paralelo para los 16 grupos de datos hace que las respuestas a estas y otras preguntas similares aparezcan rápidamente .

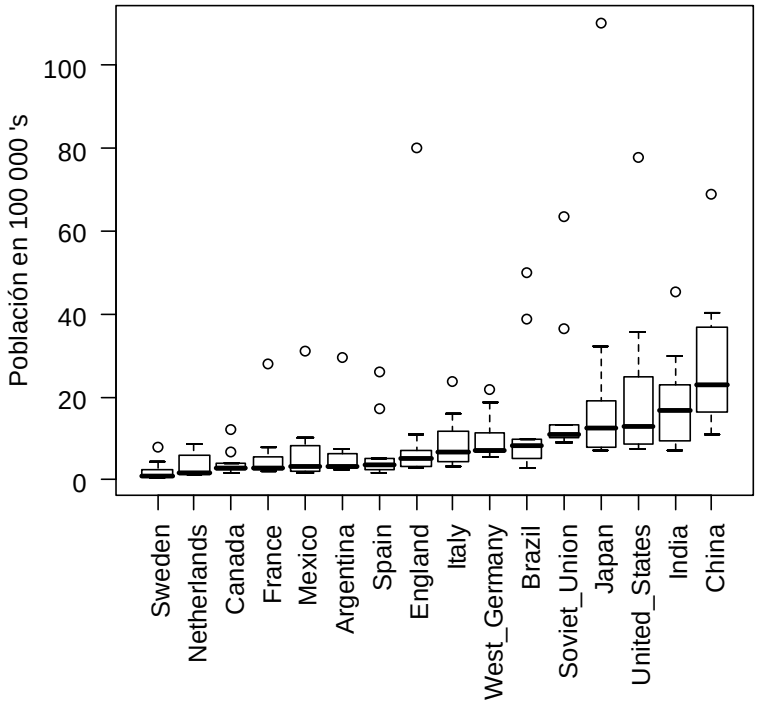


FIGURA 12. Boxplots ordenados de acuerdo a la mediana de las poblaciones de las 10 ciudades más grandes.

- Las ciudades más grandes de China tienden a ser más grandes que las de cualquier otra nación. todas las ciudades grandes de China son más grandes que todas las ciudades grandes de Suecia (Sweden) y Holanda (Netherlands).

- Comparamos la dispersión de estos 16 lotes mediante las longitudes de las cajas. Los datos de Canadá son los menos dispersos y los de China los más.

- La mayoría de los países presentan alguna asimetría en dirección a las grandes ciudades;

- Solamente India y Brasil tienen cajas que están sesgadas hacia la izquierda, pero ambos países tienen ciudades sustancialmente mayores que las representadas por las cajas.

- La mayor ciudad de todos los países, con la excepción de Holanda, es designada como un outlier; algunos tienen más de un outlier entre las 10 ciudades más pobladas.

Hemos detectado dos anormalidades en estos datos: **asimetría y outliers**.

Al haber ordenado los países en base a la mediana de los lotes podemos detectar otra característica:

tendencia de aumento en la dispersión a medida que aumenta el nivel.

Esta tendencia no es compatible con el supuesto de similar variabilidad entre lotes; cuando esto ocurre el análisis se simplifica.

Veremos transformaciones de los datos que permitan lograr homogeneidad de dispersiones y reducir la dependencia de éstas con el nivel.

En R

La función **mar** da los *márgenes* de los gráficos en *pulgadas* en el siguiente orden: margen inferior, margen izquierdo, margen superior y margen derecho respectivamente.
El valor por defecto es mar=c(5,4,4,2)+0.1.

`mar`

A numerical vector of the form `c(bottom, left, top, right)` which gives the number of lines of margin to be specified on the four sides of the plot.

Hemos obtenido el boxplot de las poblaciones de las 10 ciudades más pobladas mediante las siguientes instrucciones. Aumentamos el margen inferior para que entren los nombres de los paises.

```
> par(las=2,cex=1,mar=c(7.2,4,2,2))
> boxplot(pobl16,
   ylab= "Población en 100 000 's" )
```

Para graficar los boxplots en orden creciente de las medianas

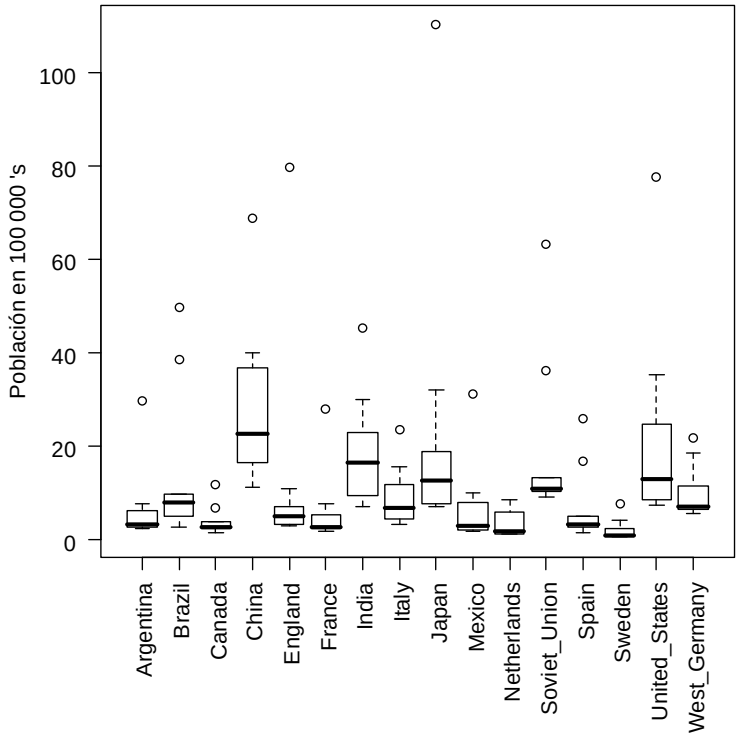
```
> orden.med <-
sort.list(sapply(pobl16,median))
> boxplot(pobl16[orden.med])
```

En este caso **sapply(pobl16,median)**

es lo mismo que **apply(pobl16,2, median)**

Para graficar en orden alfabético
Vemos que el data frame no tiene a los países con sus nombres en orden alfabético

```
   > names(pobl16)
 [1] "Sweden"        "Netherlands"
 [3] "Canada"        "France"
 [5] "Mexico"        "Argentina"
 [7] "Spain"         "England"
 [9] "Italy"         "West_Germany"
[11] "Brazil"        "Soviet_Union"
[13] "Japan"         "United_States"
[15] "India"         "China"
```



Primero hallamos **los índices** de los nombres ordenados de acuerdo con el orden alfabético

```
> sort.list(names(pobl16))
 [1]  6 11  3 16  8  4 15  9 13  5  2 12  7
1
[15] 14 10

> orden.alfabetico <-
                sort.list(names(pobl16))
```



```
> names(pobl16[orden.alfabetico])
 [1] "Argentina"     "Brazil"        "Canada"
 [4] "China"         "England"       "France"
 [7] "India"         "Italy"         "Japan"
[10] "Mexico"    "Netherlands"    "Soviet_Union"
[13] "Spain"      "Sweden"        "United_States"
[16] "West_Germany"


> x11()
> par(las=2,cex=1,mar=c(7.2,4,2,2))
> boxplot(pobl16[orden.alfabetico ],
      ylab= "Población en 100 000 's" )
```

NIVEL VERSUS DISPERSIÓN

Nos interesa hallar una ***transformación*** de los datos que reduzca o elimine el crecimiento, o el decrecimiento, de la dispersión con el nivel.
Los datos re-expresados serán más adecuados tanto para exploración visual como para aplicar técnicas usuales de comparación de grupos.

Por ejemplo el análisis de varianza de un factor es más simple y más efectivo cuando hay, exacta o aproximadamente, igualdad de varianzas entre grupos.

Transformaciones de potencia

Definimos la transformación de potencia con potencia (ó exponente) p como la transformación que reemplaza x por x^p.

Para p=0 utilizamos log x en vez de x^0.

Veremos que log x es el límite cuando p tiende a cero de
$(x^p-1)/p$.

Definiremos un gráfico que nos permitirá encontrar la transformación adecuada.

Construcción de gráficos de dispersión versus nivel

Nos interesa eliminar la relación entre el nivel y la dispersión de un conjunto de lotes (es decir varios conjuntos de datos, correspondientes a observaciones de una misma variable en diferentes poblaciones).

La próxima clase veremos con detalle la siguiente
Proposición: Supongamos que la distancia intercuartos de cada conjunto de datos es proporcional a una potencia de la mediana:

$$d_Q = cM^b, \quad (1)$$

ó equivalentemente

$$\log d_Q = k + b \log M. \quad (2)$$

y que existe p tal que para los datos transformados
(X^p o log (X) si p=0)

$$\begin{aligned} \text{mediana} &= m && (m > 0) \\ \text{cuarto superior} &= m + d && (d > 0) \quad (3) \\ \text{cuarto inferior} &= m - c && (c > 0) \\ \text{distancia intercuartos} &= d + c && (\text{cte., indep. de } m) \end{aligned}$$

o sea que la distancia intercuartos de los datos transformados no depende de m. Luego (3) se satisface aproximadamente cuando b = 1 - p.

Corolario: La potencia p puede estimarse mediante la pendiente del gráfico de dispersión de los valores de log d_Q contra los valores de log M.

Denominamos al gráfico de log d_Q *vs* log M:
gráfico de dispersión nivel

El gráfico de dispersión versus nivel consiste en graficar los valores de log d_Q contra los valores de log M para todos los lotes y luego ajustar una recta al diagrama de dispersión obtenido.

Veremos que si b es la pendiente estimada entonces

$$\boldsymbol{p = 1 - b}$$

es un valor aproximado del exponente de una transformación de potencias de x para estabilizar la dispersión. Cuando p = 0 se utiliza el logaritmo.

Tabla 15: Logs de medianas - 5 (base 10) y distancias intercuartos para las mayores ciudades de 16 países.

País	log M	log d_Q
Sweden	-.06	.23
Netherlands	.24	.66
Canada	.43	.13
France	.44	.48
Mexico	.50	.77
Argentina	.51	.56
Spain	.54	.38
England	.70	.59
Italy	.84	.87
West Germany	.85	.69
Brazil	.91	.67
Soviet Union	1.04	.48
Japan	1.10	1.04
United States	1.12	1.20
India	1.22	1.13
China	1.36	1.31

En R

```
> spobl16 <- sapply(pobl16,sort)# ordeno cada lote
> (trunc((10+1)/2)+ 1)/2 # Profundidad de los cuartos
[1] 3
> Qinf <- spobl16[3,]
> Qsup <- spobl16[8,]
> med <- (spobl16[5,]+spobl16[6,])/2
> dQ <-Qsup-Qinf
> logdQ <- log10(Qsup-Qinf)
> logm <- log10(med)
> cbind(logm,logdQ)
                    logm     logdQ
Sweden        -0.05551733 0.2329961
Netherlands    0.23929948 0.6627578
Canada         0.43216727 0.1303338
France         0.43775056 0.4800069
```

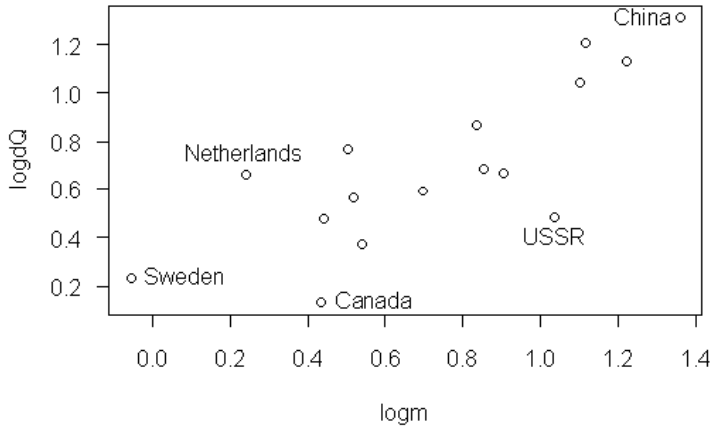


```
Mexico         0.50310944 0.7701153
Argentina      0.51521130 0.5634811
Spain          0.53844805 0.3747483
England        0.69766516 0.5932861
Italy          0.83695674 0.8680564
West_Germany   0.85430604 0.6893089
Brazil         0.90606554 0.6683859
Soviet_Union   1.03622954 0.4842998
Japan          1.10243371 1.0409977
United_States  1.11544408 1.2049335
India          1.22219605 1.1306553
China          1.35764903 1.3100557
```

Observación: 1ro se calcula la distancia intercuartos y la mediana, 2do. se toma logaritmo

EJEMPLO: **GRÁFICO DE DISPERSIÓN VERSUS NIVEL** PARA LAS MAYORES CIUDADES

Figura 15: Gráfico de dispersión versus nivel, log d_Q contra log M



En R

```
plot(logm,logdQ,las=1)  # Gráfico de dispersión nivel

leg1<- c("Sweden","Netherlands",
"Canada", "USSR","China" )
text(locator(1),leg1[1])
text(locator(1),leg1[2])
text(locator(1),leg1[3])
text(locator(1),leg1[4])
text(locator(1),leg1[5])
```

Ajustamos una recta a ojo a los puntos de la figura 15. Aunque dos personas no llegarán a la misma pendiente por este método, casi seguro trazarán una recta con pendiente entre ½ y 1, y probablemente más cerca de 1 (la recta de regresión ajustada por cuadrados mínimos tiene pendiente 0.69).

Para $b = 1$, p es cero y resulta la transformación logaritmo. Análogamente, si $b = ½$ lleva a $p = ½$, la transformación raíz cuadrada.
A pesar que una potencia entre 0 y ½ puede ser mejor que alguno de estos dos para estabilizar la dispersión, por razones de simplicidad y de interpretabilidad, consideraremos las transformaciones logaritmo y raíz cuadrada.

Veamos cómo queda la tendencia entre la dispersión y el nivel cuando aplicamos cada una de las transformaciones.

Tabla 16. Medianas y distancias intercuartos para los datos de las 10 ciudades mayores de 16 países transformados por logaritmo base 10 y raíz cuadrada.

País	Logaritmo de la población		Raíz cuadrada de la población	
	Mediana (más 5)	d_Q	Mediana (por 10^2)	d_Q
Sweden	-.06	.51	2.97	2.19
Netherlands	.24	.62	4.17	3.98
Canada	.43	.18	5.21	1.20
France	.44	.36	5.24	2.49
Mexico	.50	.57	5.64	4.32
Argentina	.51	.37	5.72	2.78
Spain	.54	.28	5.88	2.12
England	.70	.34	7.07	2.75
Italy	.84	.42	8.29	4.21
West Germany	.85	.24	8.46	2.61
Brazil	.91	.29	8.98	2.75
Soviet Union	1.04	.11	10.43	1.41
Japan	1.10	.39	11.25	4.86
United States	1.12	.45	11.42	6.38
India	1.22	.38	12.92	5.42
China	1.36	.35	15.09	6.37

Transformamos los datos

```
> #los datos vienen en unidades de 100000
(10^5)
> logpobl <- log(spobl16,10)

> #Raiz VER MULTIPLICACIÓN POR 10
> raizpobl <- sqrt(spobl16*10)


> mediana.log <-  apply(logpobl,2,median)
> mediana.raiz <- apply(raizpobl,2,median)
```

```
> Qinf <-  logpobl[3,]
> Qsup <-  logpobl[8,]
> dQ.log <-Qsup-Qinf; dQ.log
       Sweden   Netherlands
    0.5041047     0.6273081
       Canada        France
    0.1881319     0.3609979
       Mexico     Argentina
    0.5698753     0.3730214
        Spain       England
    0.2782338     0.3400233
        Italy  West_Germany
    0.4252345     0.2427529
       Brazil  Soviet_Union
    0.2851716     0.1129338
        Japan United_States
    0.3789250     0.4517724
        India         China
    0.3850000     0.3497777

> Qinf <-  raizpobl[3,]
> Qsup <-  raizpobl[8,]

> dQ.raiz <-Qsup-Qinf; dQ.raiz
       Sweden   Netherlands
     2.197142      3.990577
       Canada        France
     1.206783      2.487362
       Mexico     Argentina
     4.319424      2.782168
        Spain       England
     1.940042      2.752496
        Italy  West_Germany
     4.208650      2.605598
       Brazil  Soviet_Union
     2.753503      1.407130
        Japan United_States
```

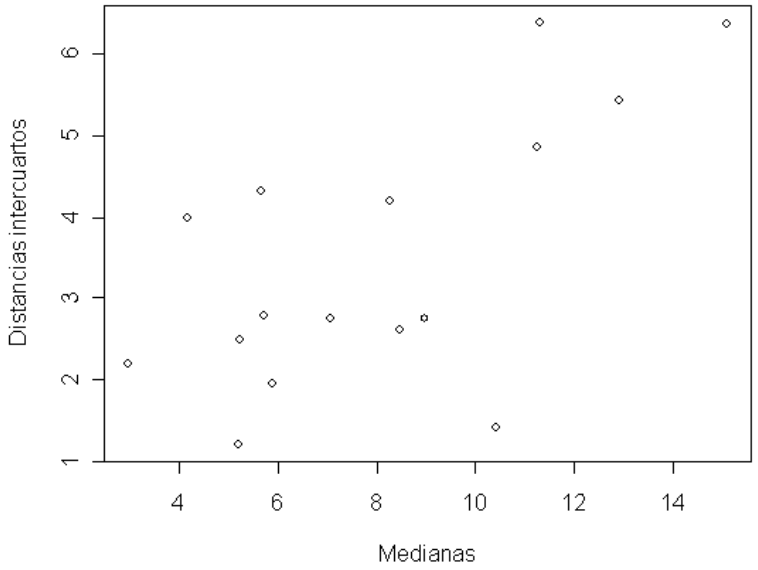


```
     4.857884      6.385353
        India         China
     5.427763      6.369345
```

Observación: Aquí la distancia intercuartos se calcula después de transformar los datos.

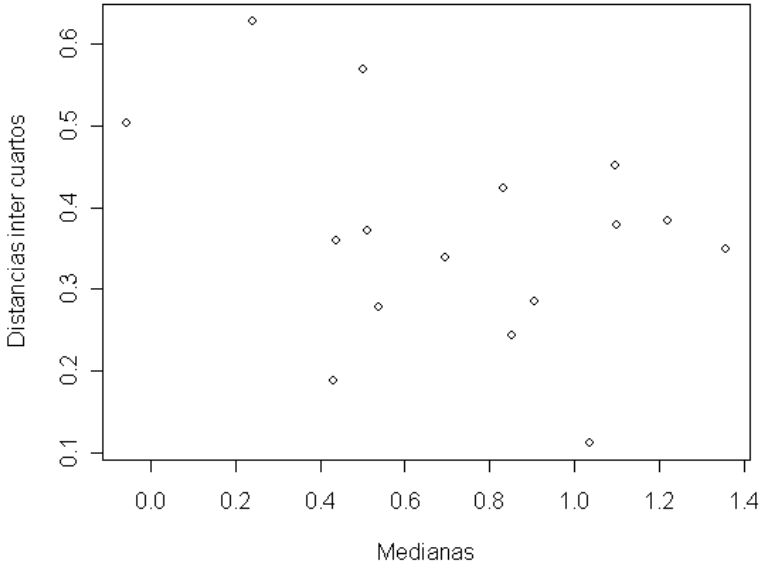
Los gráficos dados en las figuras 16 y 17, no son "gráficos de dispersión nivel" en el sentido de la proposición anterior. Permiten evaluar cuál de las dos transformaciones puede ser mejor para estabilizar las dispersiones.

Figura 16. Distancia intercuartos versus mediana: datos transformados por la raíz cuadrada.



Las distancias intercuartos de los logaritmos decrecen levemente con el nivel mientras las de la raíz cuadrada aumentan con el nivel.

Figura 17. Distancia intercuartos versus nivel: datos transformados por logaritmo.




```
plot(mediana.log,dQ.log, xlab="Medianas",
     ylab="Distancias inter cuartos", main="
Transformación logaritmo")

plot(mediana.raiz,dQ.raiz, xlab="Medianas",
     ylab="Distancias intercuartos", main="
Transformación raíz cuadrada")
```

Tomando la decisión

¿Cómo podemos tomar la decisión entre la transformación logaritmo, raíz cuadrada o alguna otra transformación de potencia con *p* entre 0 y 1?

Idealmente, una transformación no sólo iguala dispersiones sino también tiene una explicación temática.

Por ejemplo, en demografía, un modelo muy utilizado supone que las poblaciones tienden a crecer exponencialmente. Si esto es así, el logaritmo de la población crecerá aproximadamente de manera lineal.

Las ventajas del crecimiento lineal, tales como la facilidad de detectar alejamientos del ajuste y la conveniencia en la interpolación sugieren al logaritmo como una transformación adecuada para poblaciones humanas.

También la raíz cúbica, *p* = 1/3 es una transformación que algunas veces tiene significado físico.

Tabla 17. Transformaciones de potencia más usadas[a]

Transformación	Potencia	Pendiente del gráfico dispersión - nivel
Cúbica	3	-2
Cuadrada	2	-1
No cambio	1	0
Raíz cuadrada	1/2	1/2
Logaritmo	0	1
Inversa de la raíz cuadrada	-1/2	3/2
Inversa	-1	2

[a]Corresponden a los miembros principales de la "escalera de potencias" de Tukey.

Para las ciudades más grandes elegimos la transformación logaritmo por que se trata de datos de cantitad de habitantes. Este modelo teórico simple que favorece al logaritmo, más que una fuerte evidencia en los datos, es la base para tomar esa decisión.

Reanálisis en la escala logarítmica.

Tabla 18: medidas resumen del logaritmo de las poblaciones de las 10 ciudades mayores de 16 países

SWEDEN	NETHERLANDS	CANADA	FRANCE
Min. :-0.1612	Min. :0.1106	Min. :0.2279	Min. :0.2989
1st Qu.:-0.1038	1st Qu.:0.1590	1st Qu.:0.4030	1st Qu.:0.3733
Median :-0.0555	Median :0.2393	Median :0.4321	Median :0.4366
Mean : 0.1270	Mean :0.4041	Mean :0.5081	Mean :0.5827
3rd Qu.: 0.2904	3rd Qu.:0.6901	3rd Qu.:0.5504	3rd Qu.:0.6759
Max. : 0.8960	Max. :0.9385	Max. :1.0760	Max. :1.4490
MEXICO	**ARGENTINA**	**SPAIN**	**ENGLAND**
Min. :0.2695	Min. :0.3874	Min. :0.2279	Min. :0.4757
1st Qu.:0.3606	1st Qu.:0.4302	1st Qu.:0.4397	1st Qu.:0.5473
Median :0.5015	Median :0.5096	Median :0.5382	Median :0.6976
Mean :0.6340	Mean :0.6436	Mean :0.6570	Mean :0.8122
3rd Qu.:0.8244	3rd Qu.:0.7553	3rd Qu.:0.6938	3rd Qu.:0.8451
Max. :1.4940	Max. :1.4720	Max. :1.4150	Max. :1.9020
ITALY	**WGERMANY**	**BRAZIL**	**URSS**
Min. :0.5263	Min. :0.7528	Min. :0.4440	Min. :0.9624
1st Qu.:0.6498	1st Qu.:0.8215	1st Qu.:0.7366	1st Qu.:1.0160
Median :0.8326	Median :0.8542	Median :0.9061	Median :1.0360
Mean :0.8744	Mean :0.9469	Mean :0.9744	Mean :1.1600
3rd Qu.:1.0660	3rd Qu.:1.0230	3rd Qu.:0.9841	3rd Qu.:1.1070
Max. :1.3730	Max. :1.3410	Max. :1.6970	Max. :1.8020
JAPAN	**USA**	**INDIA**	**CHINA**
Min. :0.8476	Min. :0.8751	Min. :0.8579	Min. :1.046
1st Qu.:0.9302	1st Qu.:0.9499	1st Qu.:0.9973	1st Qu.:1.245
Median :1.1020	Median :1.0980	Median :1.2220	Median :1.357
Mean :1.1900	Mean :1.2000	Mean :1.2110	Mean :1.400
3rd Qu.:1.2610	3rd Qu.:1.3710	3rd Qu.:1.3500	3rd Qu.:1.552
Max. :2.0420	Max. :1.8910	Max. :1.6570	Max. :1.839

Las transformaciones de potencia son monótonas para valores positivos, luego:

los estadísticos de orden de los datos transformados serán los estadísticos de orden originales transformados

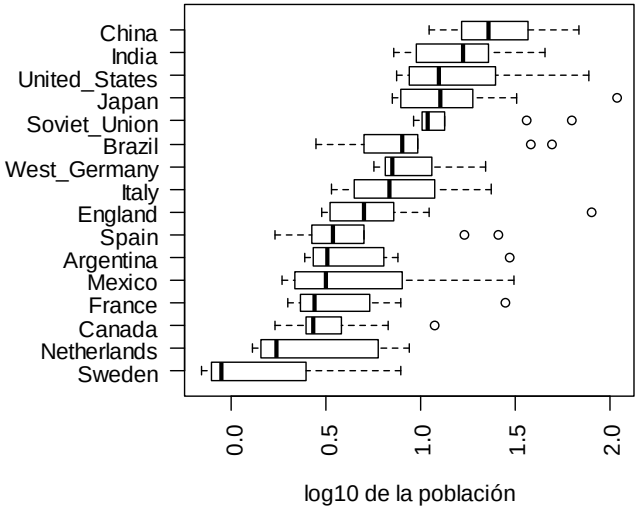
(salvo por los efectos del redondeo e interpolación).

Para obtener los boxplots es necesario recalcular la distancia intercuartos y los puntos de corte para los outliers.

Puede ocurrir que algunos datos que originalmente eran outliers del lado alto dejen de serlo y aparezcan algunos del lado bajo. Esto último es poco probable cuando tomamos los 10 valores mayores.

En la figura 18 observamos que las cajas son más similares en longitud y que la desigualdad remanente no parece estar muy relacionada con el nivel (aunque quizás se hayan reducido un poco de más las dispersiones de los niveles más altos, recordemos que la pendiente de la recta ajustada era 0.7).

Figura 18. Boxplots de los logaritmos de las poblaciones de las 10 ciudades mayores en 16 países.




```
> par(las=2,cex=1,mar=c(5,7,2,2))
> boxplot(log10(pobl16), ylab= "", xlab="log10 de
la población",horizontal=T )
```

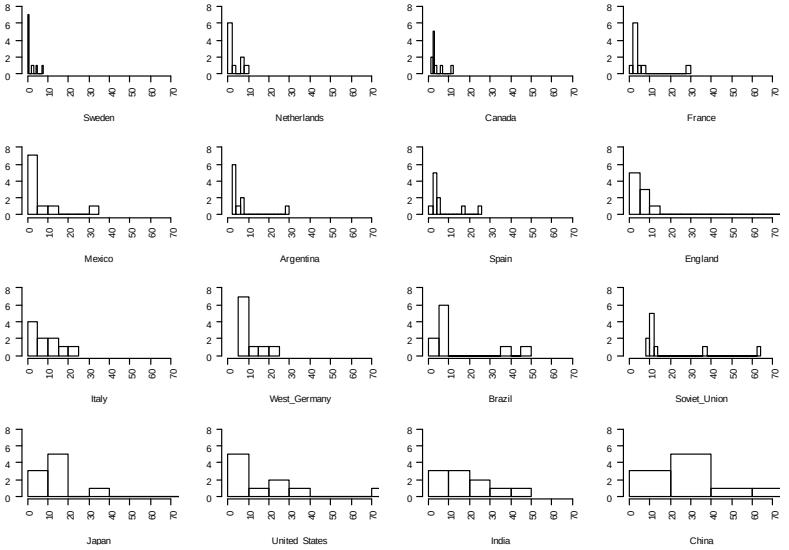
En la nueva escala muchos outliers han sido llevados hacia adentro. De los 19 originales, 8 ya no son outliers y los demás se han movido hacia los puntos de corte superior.
Los nuevos boxplots son más fáciles de mirar y los países están desplegados a un nivel de detalle similar.

En la escala original los valores de Suecia (Sweden), Holanda (Netherlands) y Canadá son más difíciles de leer del gráfico que los de India y China.

En los gráficos con escala logarítmica los detalles aparecen similarmente bien para todos los países.

Múltiples histogramas en un gráfico

Datos sin transformar




```
x11()
par(mfrow=c(4,4),las=2,cex=0.5,
    mar=c(4,2,2,2))
 for (i in c(1:16)){
nombre <- names(pobl16)[i]
hist(pobl16[,i],xlab= nombre, ylab= "",
main= " ",xlim=c(0,70), ylim=c(0,8),
breaks="FD" )
}
```