Análisis I para biólogos

Ejercicios adicionales para el segundo parcial

1. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=3+\int\limits_0^x \frac{1+sen(t)}{2+t^2}dt$.

   Dar la expresión del polinomio de Taylor de orden 2 de f en $x_0=0$.

2. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\begin{cases} 2x^2+x-2 & x\leq 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$

   Encontrar todos los $a,b\in\mathbb{R}$ para que f resulte derivable en $x=1$.

3. Sea g una función estrictamente creciente y sea x_0 un máximo para f. Probar que $g\circ f$ tiene también un máximo en x_0.

4. Encontrar f tal que:

$$f" = 2x^2-5x+2 \quad , \quad f'(0)=1 \quad , \quad f(0)=2$$

5. Dada $f(x)=\frac{x^2}{x+k}$, determine el valor de $k\in\mathbb{R}$ tal que el gráfico de la función tenga como asíntota oblicua a la recta de ecuación $y=x-3$.

6. Dada $f(x)=\frac{7x+3}{kx+4}$, determine el valor de $k\in\mathbb{R}$ tal que el gráfico de la función tenga a la recta $y=\frac{-1}{2}$ como asíntota.

7. Sea $F:[-2,+\infty)\to\mathbb{R}$ dada por $F(x)=\int\limits_{-2}^x te^{t-1}dt$. Dar la ecuación de la recta tangente al gráfico de F en $x=-2$.

8. Hallar los máximos y mínimos de la función :

   a) $g(x)=\sqrt{9-x^2}$ en el intervalo $[-1,2]$.

   b) $g(x)=x^3+ax+4+a$ con $a>0$, en el intervalo $[-2,2]$.

   c) $g(x)=\int\limits_0^{x^2+1}(t-2)e^{t^2}dt$

   d) $g(x)=\int\limits_0^x \mathrm{sen}(\mathrm{sen}(t))dt$ en $(-5,5)$

9. Una fábrica debe producir envases tetrabric con base cuadrada de volumen $128\ \mathrm{cm}^3$. Para esto utiliza dos tipos de material. Uno para la base y tapa y otro para los laterales cuyos costos son $0,4$ pesos. y $0,2$ cada cm^2 respectivamente.

   Encontrar las dimensiones del envase para minimizar el costo de material.

10. Dividir 16 en dos partes tales que su producto sea máximo.

11. Encontrar las dimensiones del rectángulo de mayor área inscripto en una circunferencia de 4cm de radio.

12. Encontrar, entre todos los trapecios isosceles de 40cm de perímetro, aquel que tiene mayor área.

13. Para hacer un filtro cónico se pliega un papel circular de 6cm de radio al que se le ha sustraído un sector circular. Calcular el ángulo de dicho sector para que el volumen del filtro sea máximo.

14. Un rectángulo tiene 2 de sus vertices sobre el eje de abscisas. Los otros dos se encuentran sobre las rectas de ecuaciones $y = x$, $4y + 5x = 20$. Encontrar el valor de la altura del rectángulo para que su área sea máxima.

15. Encontrar, entre todos los rectángulos de perímetro 40cm, aquel cuya diagonal es mínima.

16. Un barco se halla a 100km al sur de una lancha. El primero navega hacia el norte a una velocidad de 32km/h y la lancha va hacia el este a 55km/h. ¿Cuándo será mínima la distancia entre ambos?

17. Realice el estudio de las siguientes funciones. Dé un gráfico aproximado.

    a) $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

    b) $f(x) = \dfrac{-2x^3}{1 - x^2}$

    c) $f(x) = \dfrac{|x - 1|}{x - 3}$

    d) $f(x) = x - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}e^{-2x}$

    e) $f(x) = \dfrac{x + \frac{2}{3}\ln(x^3 + x^2)}{x^2 + x}$

    f) $f(x) = \dfrac{2}{-9 + x^2}$

    g) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{8}{x - 4} & x < 3 \\ 3(x - 3) - (x - 3)^2 & x \geq 3 \end{cases}$

    h) $f(x) = \dfrac{x^3}{(x - 1)^2}$

    i) $f(x) = 2x + 3 + \dfrac{4}{x - 3}$

18. Calcule las primitivas de:

    a) $\operatorname{sen}(\sqrt{3x})$

    b) $\dfrac{e^x}{e^{3x} + e^{2x} - 2e^x}$

    c) $\dfrac{8}{x^2}\sqrt[3]{2 + \dfrac{5}{x}}$

    d) $\dfrac{e^{7x}}{e^{14x} + e^{7x} - 2}$

    e) $\dfrac{3\ln^4 x + x^2 e^x}{x}$

    f) $\dfrac{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}(x) - 2}$

g) $\dfrac{x \arcsin x^2}{\sqrt{1-x^4}}$

h) $e^{\operatorname{arc\,tg}(x)} \dfrac{\operatorname{arc\,tg}(x)}{1+x^2}$

i) $\dfrac{\operatorname{tg}(x)+1}{\operatorname{tg}^2(x)(\operatorname{tg}(x)-1)\cos^2(x)}$

j) $\dfrac{(\ln(y)-4)y^{-1}}{\ln^2(y)+2\ln(y)-3}$

k) $\dfrac{\cos(2x)}{e^x}$

l) $\dfrac{(x+\frac{2}{3})\ln(x^3+x^2)}{x^2+x}$

19. Calcular el área encerrada por las siguientes curvas:

a) $f(x) = x^2+2$, $x=-2$, $y=-x-2$ y la recta tangente al gráfico de f que pasa por $(2,6)$.

b) $f(x) = \frac{x^3}{16}$ y $g(x) = x$.

c) $f(x) = x^3-3$ y $g(x) = x^2+2x$.

d) $f(x) = x^2-5$ y $g(x) = -|x|+1$.

e) $f(x) = -x^2+2x$ y las rectas tangentes al gráfico de f que pasan por $(0,-3)$ y $(4,-3)$.

f) $f(x) = x^2$, $g(x) = \begin{cases} 10x-9 & x \leq 2 \\ -2x+2 & x > 2 \end{cases}$.

g) $f(x) = 1+2x-x^2$ y la recta que pasa por $(-1,-2)$ y $(2,1)$.

h) $f(x) = -x^2+2x$, $x=3$, $y=2$ y los dos ejes coordenados.

i) $f(x) = (x+\frac{1}{3})^2$, $g(x) = \sqrt{\frac{1}{27}(x+3)}$.

j) $f(x) = x^3+x^2-2x+3$, $g(x) = 4x+3$.

k) $f(x) = \frac{2}{x-2}$, $g(x) = -x+5$.

l) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, los ejes coordenados, $x=2$ y la recta normal al gráfico de f en $x=1$.

20. Sean $f(x) = a(x-3)^2$ y $g(x)$ la recta tangente la gráfico de f en $(5,4a)$. Calcular todos los valores de $a>0$ para que el área encerrada entre f, g y el eje de abscisas sea $\frac{1}{2}$.