

1	2	3	4

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA:

ANÁLISIS 1 BIOLOGÍA – FINAL (3/3/06)

(1) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln(x)} + e^a x & \text{si } x > 0 \\ \cos(x) - b + bx & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) Determinar para qué valores de a y b la función f es derivable en $x_0 = 0$.
 (b) Para los valores hallados calcular la ecuación de la recta normal al gráfico en $(0, f(0))$.

(2) Sean $a, k \in \mathbb{R}_{>0}$ y $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ definida por $f(x) = k a^x$.

- (a) Hallar los valores de $a, k \in \mathbb{R}$ sabiendo que $f^{-1}(18) = 2$ y $f(\log_a(3)) = 6$.
 (b) Probar que la función $g(x) := f(x) - x^4 - 6$ tiene al menos dos puntos críticos.

(3) (a) Calcular $\int x \ln(x^2) dx$.

- (b) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función creciente y derivable que satisface que $f(1) = 3$ y $f(2) = 4$. Calcular el área de la región acotada determinada por las curvas $y = f'(x)$, $y = -x \ln(x^2)$, $x = 1$, $x = 2$.

(4) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función dos veces derivable y sea $p(x) = 3x^2 + x + 1$ su polinomio de Taylor en $x_0 = 0$ de orden 2.

- (a) Calcular el polinomio de Taylor de grado 1 de $f'(x)$ en $x_0 = 0$.
 (b) Calcular el polinomio de Taylor de grado 3 de $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ en $x_0 = 0$.

Justifique todas sus respuestas.