

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA:

ANÁLISIS 1 BIOLOGÍA – FINAL (15/4/05)

(1) Sea

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 \cos(\pi/x) + \frac{1}{2} & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- Enunciar el teorema de Bolzano y justificar si es posible aplicarlo en el intervalo $[-1, 1]$ para garantizar la existencia de una raíz de f en $(-1, 1)$.
- Enunciar el teorema de Rolle y justificar si es posible aplicarlo en el intervalo $[-2, 1]$ para garantizar la existencia de una raíz de f' en $(-2, 1)$.

(2) En determinado proceso la concentración $f(t)$ de un soluto evoluciona en el tiempo t en horas según

$$f(t) = e^{1 + \frac{1}{1+(t-1)^2}}$$

para $t \in [0, +\infty)$.

- Hallar el valor máximo que toma f en $[0, +\infty)$ aclarando para qué valor de t lo toma.
- Decidir si f toma un valor mínimo en $[0, +\infty)$.

(3) Probar que si $|x| \leq 1/100$, entonces el error $|\sin x - x|$ que se realiza al reemplazar a $\sin x$ por x está acotado por $1/6\,000\,000$.

(4) Sean $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua tal que $g(1) = 4$ y f definida como

$$f(x) = \int_{1/x}^{x^3} g(t) dt.$$

Determinar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en $x = 1$.

(5) Sean f y g las funciones

$$f(x) = x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 1 \\ -x + 6 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

- Definir lo que es una primitiva de una función, y calcular primitivas de f y de g .
- Calcular el área de la región acotada encerrada por los gráficos de las funciones f y g enunciando el teorema aplicado.

Justifique todas sus respuestas.