
ANÁLISIS MATEMÁTICO I (LIC. EN Cs. BIOLÓGICAS)

Primer cuatrimestre de 2009

Respuestas a algunos ejercicios de las prácticas

Miguel Ottina

Incluimos aquí las respuestas a algunos de los ejercicios de las guías. El objetivo es que el alumno pueda comprobar el resultado obtenido después de haber resuelto los ejercicios.

Sin embargo, es muy importante aclarar que es posible llegar al resultado correcto incluso mediante argumentos erróneos, con lo cual la mera comprobación del resultado no garantiza que la resolución sea correcta.

Asimismo, cabe destacar que en los exámenes se tendrá en cuenta principalmente la validez del razonamiento, pero también el no haber cometido errores de cuentas en dicho desarrollo.

Periódicamente iremos actualizando este apunte incluyendo los resultados de los ejercicios de las próximas prácticas y realizando las correcciones que sean necesarias.

Quiero agradecer especialmente a Inés Saltiva y a Georgina Giacobbe, quienes durante el segundo cuatrimestre de 2007 me brindaron una invaluable ayuda, sin la cual no hubiera sido posible la confección de estas respuestas en tiempo y forma.

Práctica 1

Ejercicio 1.

(a) $-\frac{3}{2}$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{73}{5}$

(d) 1, 3

(e) -10, 10

(f) $0, \frac{91}{15}$

(g) 0, 3

(h) $\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{313}, \frac{5}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{313}$

(i) 2, -2

Ejercicio 2.

(a) $[-\frac{3}{2}; +\infty)$

(b) $(-\infty; \frac{2}{3})$

(c) $(-1; -\frac{3}{5})$

(d) $(-\infty; -\frac{7}{3})$

- (e) $(-\infty; \frac{4}{13}]$ (m) $(-\infty; -1)$
 (f) $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$ (n) $(0; \frac{1}{2})$
 (g) $(-\infty; -\frac{7}{2}] \cup (2; +\infty)$ (\tilde{n}) $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{1}{4}; +\infty)$
 (h) $(-\frac{1}{5}; 0)$ (o) $(-\infty; -\frac{1}{9}) \cup (\frac{7}{9}; +\infty)$
 (i) $[2; 4]$ (p) \emptyset
 (j) $(-\infty; -13) \cup (7; +\infty)$ (q) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
 (k) $(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ (r) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
 (l) \emptyset

Ejercicio 3.

- (a) $[(-2; +\infty)]$ (l) $(-\infty, -7) \cup (7, +\infty)$
 (b) $[-\frac{3}{2}; +\infty)$ (m) $(-7, 7)$
 (c) $[-2; 4]$ (n) $(-\infty, -3) \cup (7, +\infty)$
 (d) $[-3; 0)$ (\tilde{n}) $(-\infty, -\frac{7}{3})$
 (e) $(\frac{1}{3}, 1)$ (o) $(-9, 0) \cup (3, +\infty)$
 (f) $(-\infty, -\frac{3}{5})$ (p) $(0, 2)$
 (g) $[-\frac{3}{5}; +\infty)$ (q) $(\frac{5}{2}, +\infty)$
 (h) $(-2, 0)$ (r) $[1, +\infty)$
 (i) $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ (s) \mathbb{R}
 (j) $0, -5$ (t) $(-1, 0)$
 (k) $-7, 7$ (u) $[1, \sqrt[3]{2}]$

Ejercicio 4.

- (a) $f(0) = 1, f(\frac{1}{2}) = \frac{6}{5}, f(2) = \frac{3}{5}$.
 (b) $f(a) = \frac{a+1}{a^2+1}, g(a+2) = (a+2)^3 - 1$.
 (c) $[f(x)]^2 = \frac{(x+1)^2}{(x^2+1)^2}, f(g(x)) = \frac{x^3}{(x^3-1)^2+1}, g(f(x)) = \left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)^3 - 1$.

Ejercicio 5.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| (a) \mathbb{R} | (g) $[0, +\infty)$ |
| (b) $(-\infty, \frac{3}{2}]$ | (h) \mathbb{R} |
| (c) $(1, +\infty)$ | (i) $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ |
| (d) $\mathbb{R} - \{-\frac{4}{3}\}$ | (j) \mathbb{R} |
| (e) \mathbb{R} | (k) $\mathbb{R} - \{-5, -2, 2\}$ |
| (f) $\mathbb{R} - \{-3, -1\}$ | (l) \mathbb{R} |

Ejercicio 6.**Ejercicio 7.**

- (a) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \mathbb{R}, C_+ = \emptyset, C_- = \emptyset.$
- (b) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \{0\}, C_+ = (0, +\infty), C_- = (-\infty, 0).$
- (c) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \{0\}, C_+ = (-\infty, 0), C_- = (0, +\infty).$
- (d) $\text{Dom } f = (-\infty, 3], C_0 = \{3\}, C_+ = (-\infty, 3), C_- = \emptyset.$
- (e) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 3\}, C_0 = \{-\frac{1}{2}\}, C_+ = (-1, -\frac{1}{2}) \cup (3, +\infty), C_- = (-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{2}, 3).$
- (f) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \{-1\}, C_+ = (-1, +\infty), C_- = (-\infty, -1).$
- (g) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \{\frac{1}{2}\}, C_+ = (\frac{1}{2}, +\infty), C_- = (-\infty, \frac{1}{2}).$
- (h) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \{1, 3\}, C_+ = (1, 3), C_- = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty).$
- (i) $\text{Dom } f = [-2, 2], C_0 = \{-2, 2\}, C_+ = (-2, 2), C_- = \emptyset.$
- (j) $\text{Dom } f = \mathbb{R}, C_0 = \emptyset, C_+ = \mathbb{R}, C_- = \emptyset.$
- (k) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{2\}, C_0 = \emptyset, C_+ = (2, +\infty), C_- = (-\infty, 2).$
- (l) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}, C_0 = \{0\}, C_+ = (0, +\infty), C_- = (-\infty, -1) \cup (-1, 0).$
- (m) $\text{Dom } f = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty), C_0 = \{1, 2\}, C_+ = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty), C_- = \emptyset.$
- (n) $\text{Dom } f = [-\frac{3}{2}, 0) \cup (0, +\infty), C_0 = \{-\frac{3}{2}\}, C_+ = (0, +\infty), C_- = (-\frac{3}{2}, 0).$

$$(b) \text{ Dom } f = \mathbb{R} - \{2\}, \text{ Im } f = \mathbb{R} - \{1\}, f^{-1}(x) = \frac{2x}{x-1}.$$

$$(c) \text{ Dom } f = \mathbb{R} - \{1\}, \text{ Im } f = \mathbb{R} - \{3\}, f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x-3}}.$$

Ejercicio 15.

- (a) Par. (c) Impar. (e) Nada.
 (b) Impar. (d) Nada. (f) Nada.

Ejercicio 16.**Ejercicio 17.****Ejercicio 18.**

- (a) $C(x) = 22x + 20$ donde x es la superficie cubierta medida en m^2 y C está en \$.
 (b) $\text{Dom } C = [0, +\infty)$.
 (c) \$284.
 (d) Se pueden colocar 20 m^2 de azulejos.

Ejercicio 19.

- (a)
 (b) $x = 6$ o $x = \frac{5}{6}$.

Ejercicio 20.

- (a) Ascende en $[0, \frac{600}{49}]$. Desciende en $[\frac{600}{49}, \frac{1200}{49}]$.
 (b) $t = \frac{600}{49}$, altura: $\frac{36000}{49}$.
 (c) Demora $\frac{1200}{49}$ segundos.
 (d) $h(t) = -4,9t^2 + 120t + 50$. Ascende en $[0, \frac{600}{49}]$. Desciende en $[\frac{600}{49}, \frac{600}{49} + \frac{10}{49}\sqrt{3845}]$. La altura máxima es $\frac{38450}{49}$ y la alcanza para $t = \frac{600}{49}$. Demora $\frac{600}{49} + \frac{10}{49}\sqrt{3845}$ en llegar al suelo.

Ejercicio 21.

- (a) $0 < t < \frac{7}{8} + \frac{1}{24}\sqrt{5241}$.
 (b) La población se extingue a los $\frac{7}{8} + \frac{1}{24}\sqrt{5241} \sim 3,89$ años.

Ejercicio 22. $D(x) = x + 13$, donde D indica la dosis en mg y x es el peso en kg.

Práctica 2**Ejercicio 1.****Ejercicio 2.**

x	$\log_2 x$	$\log_4 x$	$\frac{\log_4 x}{\log_2 x}$
4	2	1	$\frac{1}{2}$
64	6	3	$\frac{1}{2}$
32	5	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$	-3	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

Ejercicio 3.**Ejercicio 4.** $6,9 + \log 25 \simeq 8,3$.**Ejercicio 5.**

(a) $x = \frac{1}{5}$

(f) $x = \ln 3$

(k) $x = \log_3 \frac{1}{2}$

(b) $x = 0$

(g) $x = 3, x = \frac{1}{27}$

(l) $x = 0, x = \ln 2$

(c) $x = 8$

(h) $x = 1, x = 2$

(m) $x = -\frac{1}{2}$

(d) No tiene solución.

(i) $x = 1$

(e) $x = -1$

(j) $x = 3^8, x = \sqrt{3}$

Ejercicio 6.

(a) $30. \simeq 33$.

(b) $\simeq 2049$.

(c) $\simeq 2059$.

Ejercicio 7.

(a) $\simeq 2,34; \simeq 5,21; \simeq 9,15$.

(b) $\simeq 5,01 \cdot 10^{-10}; \simeq 2 \cdot 10^{-5}; \simeq 0,079$.

Ejercicio 8. No es exponencial.**Ejercicio 9.** No es exponencial.

Ejercicio 10.

- (a) $k = 2, a = 3.$ (b) $k = 3, a = \frac{2}{5}.$ (c) $k = 5, a = \sqrt{2}.$ (d) $k = 6, a = \frac{1}{2}.$

Ejercicio 11.

- (a) $t = 3$ (b) $t = -2$

Ejercicio 12.

- (a) $y \simeq 400.\left(\frac{5}{9}\right)^t$
(b) Aproximadamente 400.
(c) Aproximadamente 123.
(d) Aproximadamente 6,28 horas.

Ejercicio 13.

- (a) $y = 100.(0,741)^{\frac{t}{100}}$, donde t se mide en minutos e y es el porcentaje remanente de la sustancia en cuestión.
(b) Aproximadamente 48,7 %.
(c) Aproximadamente 231 minutos.
(d) Aproximadamente 6,28 horas.

Ejercicio 14.

- (a) $y \simeq 0,1123.(2,29)^t$, donde t se mide en días.
(b) Aproximadamente a los 2,4 días.
(c) Aproximadamente 1019,93 mm².

Ejercicio 15. $t = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-0,038} \simeq 18,24$ siglos.

Ejercicio 16. 1,25 g.

Ejercicio 17.

- (a) $A \simeq 0,1842663.10^{-6}, B \simeq 4393,8449.$

$$(b) R = 0,0469.$$

Ejercicio 18.

$$(a) l(x) = e^{-kx+A}$$

(b)

$$(c) c = \frac{\ln 2}{200d}$$

Práctica 3**Ejercicio 1.**

$$(a) 6\sqrt{2}$$

$$(d) 4$$

$$(g) \sqrt{3}$$

$$(j) -\frac{11}{4}$$

$$(m) 0$$

$$(b) 0$$

$$(e) -\frac{8}{3}$$

$$(h) 32$$

$$(k) 3b^2$$

$$(c) e^3$$

$$(f) 0$$

$$(i) 2t$$

$$(l) 2$$

Ejercicio 2.**Ejercicio 3.**

$$(a) \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty. \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty.$$

$$(b) 1$$

$$(c) 3$$

$$(d) \begin{cases} 1 & \text{si } m > 1 \\ 2 & \text{si } m = 1 \\ 3 & \text{si } -1 < m < 1 \\ 1 & \text{si } m \leq -1 \end{cases}$$

Ejercicio 4.

$$(a) \frac{5}{3}$$

$$(c) 0$$

$$(e) +\infty$$

$$(g) \infty$$

$$(i) -\infty$$

$$(b) \infty$$

$$(d) -\frac{3}{7}$$

$$(f) -\infty$$

$$(h) +\infty$$

$$(j) 3$$

Ejercicio 5.

Ejercicio 6.**Ejercicio 7.****Ejercicio 8.**

- (a) 0 (b) 0 (c) 0 (d) 0 (e) 0 (f) 0

Ejercicio 9.

- (a) 1 (c) $\frac{3}{2}$ (e) 0 (g) $\frac{1}{2}$ (i) $-\sin x$ (k) $\frac{1}{3}$
 (b) 1 (d) $\frac{3}{2}$ (f) 1 (h) $\cos x$ (j) 1

Ejercicio 10.**Ejercicio 11.****Ejercicio 12.** $a = 4, b = 6.$ **Ejercicio 13.**

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 6.$
 (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1.$ No existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 5.$ No existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x).$

Ejercicio 14.

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (c) $+\infty$ (d) $\sqrt[3]{2}$ (e) $+\infty$ (f) 0

Ejercicio 15.

- (a) e^{-5} (b) e^a (c) $e^{\frac{1}{x}}$ (d) e (e) 1 (f) $\frac{1}{a}$ (g) 1 (h) e^a

Ejercicio 16.

- (a) 0 (d) $\frac{1}{3}$
 (b) $\begin{cases} +\infty & \text{si } a > 0 \\ 0 & \text{si } a = 0 \\ -\infty & \text{si } a < 0 \end{cases}$ (e) 1
 (c) 1 (f) 2

Ejercicio 17.**Ejercicio 18.**

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) Discontinuidad evitable. | (e) Discontinuidad esencial. |
| (b) Discontinuidad evitable. | (f) Discontinuidad evitable. |
| (c) Discontinuidad esencial. | (g) Discontinuidad esencial. |
| (d) Continua. | (h) Continua. |

Ejercicio 19. $A = 4$.**Ejercicio 20.**

- (a) Discontinuidades esenciales en 0, 2 y -2 .
- (b) Continua en 0. Discontinuidad esencial en 2.
- (c) Discontinuidad evitable en 8. Discontinuidad esencial en $x = -\frac{1}{8}$.
- (d) Discontinuidad evitable en 1. Discontinuidad esencial en -1 .
- (e) Discontinuidad esencial en 1.
- (f) Discontinuidad evitable en 0.
- (g) Discontinuidad esencial en 1. Discontinuidad esencial en -2 .

Ejercicio 21.

- (a) $a = 2, b = 0$. (b) $a = \frac{1}{2}, b = 1$. (c) $a = -\frac{2}{9}, b = \frac{2}{9}$.

Ejercicio 22.

- (a) Continua en $\mathbb{R} - \{0, 1, -3\}$. Discontinuidad esencial en 1. Discontinuidad evitable en 0. Discontinuidad evitable en -3 .
- (b) Continua en $\mathbb{R} - \{0, -1\}$. Discontinuidad esencial en -1 . Discontinuidad evitable en 0.
- (c) Continua en $\mathbb{R} - \{2, -6\}$. Discontinuidad esencial en 2. Discontinuidad esencial en -6 .

Ejercicio 23.

Ejercicio 24.

Ejercicio 25.

Ejercicio 26.

Ejercicio 27.

Ejercicio 28.

Ejercicio 29.

Práctica 4

Ejercicio 1.

(a) $m = 3$; $m = \frac{5}{2}$; $m = 1$.

(c) 2

(b) $m(h) = h + 2$.

(d) $y = 2x - 2$

(e) a) $m = -7$; $m = \frac{-19}{4}$; $m = -1$. b) $m(h) = -h^2 - 3h - 3$. c) -3 . d) $y = -3x + 4$.

Ejercicio 2. $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \Delta t + 11$. Velocidad instantánea: 11.

Ejercicio 3. 4.

Ejercicio 4.

(a) 2 y -4 .

(b) 3 y 12

(c) $\frac{1}{3}$ y no existe.

Ejercicio 5.

(a) $f'(x_0) = -\frac{2}{x_0^3}$.

(b) 0

(c) 0

Ejercicio 6.

(a) $f'(x) = 2x$

(c) $f'(x) = 6x^2 + 6x + 1$

(e) $f'(x) = -\frac{4}{x^3}$

(b) $f'(x) = 3x^2$

(d) $f'(x) = -\frac{3}{(x+4)^2}$

$$(f) f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(g) f'(x) = \cos x$$

$$(i) f'(x) = e^x$$

$$(h) f'(x) = -\operatorname{sen} x$$

$$(j) f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejercicio 7.

$$(a) f'(1) = 2, f'(-2) = 0. \text{ No existe } f'(0).$$

$$(b) g'(1) = 2, g'(-2) = 4. g'(0) = 0.$$

$$(c) g'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x > 0 \\ -2x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejercicio 8. h es derivable en 0 y $h'(0) = 0$.

Ejercicio 9.**Ejercicio 10.**

Ejercicio 11. $\frac{1}{8\pi}$ m/min.

Ejercicio 12.**Ejercicio 13.****Ejercicio 14.****Ejercicio 15.****Ejercicio 16.****Ejercicio 17.**

$$(a) t_0 = \frac{1}{6}.$$

$$(b) f''(t) = 2t - 12, g''(t) = 2t.$$

Ejercicio 18.

$$(a) \text{ En } t_1 = 3, v = 4,9 \text{ m/s y } a = -9,8 \text{ m/s}^2. \text{ En } t_1 = 4, v = -4,9 \text{ m/s y } a = -9,8 \text{ m/s}^2.$$

$$(b) t_3 = 3,5 \text{ s.}$$

Ejercicio 19.

- (a) En $a = 1$: recta tangente: $y = 6x - 4$, recta normal: $y = -\frac{1}{6}(x - 1)$.
En $a = 0$: recta tangente: $y = -1$, recta normal: $x = 0$.
- (b) Recta tangente: $y = 1$, recta normal: $x = \frac{\pi}{2}$.
- (c) Recta tangente: $y = x - 1$, recta normal: $y = -x + 1$.
- (d) Recta tangente: $y = \frac{6}{49}x - \frac{5}{49}$, recta normal: $y = -\frac{49}{6}(x - 2) + \frac{1}{7}$.
- (e) Recta tangente: $y = 0$, recta normal: $x = 0$.
- (f) Recta tangente: $y = 15x - 24$, recta normal: $y = -\frac{1}{15}(x - 4) + 36$.
- (g) En $a = 0$: recta tangente: $y = 1$, recta normal: $x = 0$.
En $a = 1$: recta tangente: $y = -\frac{2}{e}x + \frac{3}{e}$, recta normal: $y = -\frac{e}{2}(x - 1) + \frac{1}{e}$.
- (h) Recta tangente: $y = 3ex - 2e$, recta normal: $y = -\frac{1}{3e}(x - 1) + e$.

Ejercicio 20.

Ejercicio 21. Recta tangente: $y = -\frac{1}{2}x + 2a$. Recta normal: $y = 2x - 3a$.

Ejercicio 22. $x_0 = e - 1$.

Ejercicio 23. 24.

Ejercicio 24.

- (a) $f'(0) = -\frac{3}{2}$. (b) $y = -\frac{3}{2}x + 1$.

Ejercicio 25.

Ejercicio 26.

- (a) f es continua en $x = 2$.
(b) f no es derivable en $x_1 = 1$ ni en $x_2 = 2$.

Ejercicio 27.

- (a) Continua en \mathbb{R} , derivable en \mathbb{R} .
(b) Continua en \mathbb{R} , derivable en $\mathbb{R} - \{3\}$.

- (c) Continua en \mathbb{R} , derivable en $\mathbb{R} - \{3\}$.
- (d) Continua en \mathbb{R} , derivable en $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.
- (e) Continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$, derivable en $\mathbb{R} - \{-1\}$.
- (f) Continua en \mathbb{R} , derivable en \mathbb{R} .
- (g) Continua en \mathbb{R} , derivable en \mathbb{R} .
- (h) Continua en \mathbb{R} , derivable en \mathbb{R} .

Ejercicio 28. $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$, $c = 0$.

Ejercicio 29.

Ejercicio 30.

- (a) $f^{(7)}(x) = 7! = 1,2,3,4,5,6,7 = 5040$ y $f^{(8)}(x) = 0$.
- (b) (coeficiente principal). $n!$ y 0.
- (c) $f^{(8)}(x) = \text{sen } x$, $f^{(25)}(x) = \text{cos } x$.
- (d) $f^{(8)}(x) = \text{cos } x$, $f^{(25)}(x) = -\text{sen } x$.

Práctica 5

Ejercicio 1.

- (a) No.
- (b) Sí. $c = 0$.
- (c) No (no es derivable en 0).
- (d) No (no es derivable en 1).
- (e) No (no es derivable en 2).

Ejercicio 2.

Ejercicio 3.

Ejercicio 4. $t_0 = 2$.

Ejercicio 5.

(a) Sí. $c = \sqrt{\frac{4}{3}}$ y $c = -\sqrt{\frac{4}{3}}$.

(c) Sí. $c = \frac{3}{2}$.

(b) No (no es derivable en 2).

(d) Sí. $c = 4$.**Ejercicio 6.****Ejercicio 7.**(a) -1 .(o) $+\infty$.(b) 0 .(p) 0 (*).(c) 0 .(q) 0 .(d) $\frac{1}{6}$.(r) 0 .(e) 3 .(s) $\frac{1}{2}$.(f) 0 .(t) 0 .(g) 16 .(u) 0 .(h) 0 .(v) 0 .(i) $-\infty$ (*).(w) 0 .(j) $+\infty$.(x) 1 .(k) 5 .(y) e .(l) 0 .(z) 1 .(m) $+\infty$.(n) 0 (*). (α) 1 . (\tilde{n}) 0 . (β) 1 .

(*) No puede aplicarse la regla de L'Hospital.

Ejercicio 8. No es aplicable la regla de L'Hospital porque no existe el límite del cociente de las derivadas. El límite en cuestión da 0 .

Ejercicio 9.(a) f es derivable en $\mathbb{R} - \{4\}$.

(b) f es derivable en $x = 4$.

Ejercicio 10.

(a) f es derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$.

(b) f es derivable en $x = 0$.

Ejercicio 11.

(a) No existe $f'(0)$.

(b) No existe $f'(0)$.

Ejercicio 12.

(a) Mínimo absoluto: $x = -1$. Máximo absoluto: $x = 3$.

(b) Mínimo absoluto: $x = \frac{3\pi}{4}$. Máximo absoluto: $x = \frac{\pi}{4}$.

(c) Mínimo absoluto: $x = 1$. Máximo absoluto: $x = -1$.

Ejercicio 13.

(a) Sí.

(b) Sí.

(c) Sí.

(d) No.

Ejercicio 14.

(a) Mínimo local: $x = \sqrt{2}$. Máximo local: $x = -\sqrt{2}$.

(b) Mínimo local: $x = -1$. Máximo local: $x = 1$.

(c) Mínimo local: $x = \frac{1}{3}$. Máximo local: $x = -1$.

(d) Mínimo local: $x = 0$. Máximo local: $x = 2$.

(e) Mínimo local: $x = \frac{1}{e}$.

(f) Mínimo local: $x = 1$. Máximo local: $x = -1$.

(g) Mínimo local: $x = -3$.

(h) Mínimo local: $x = 0$. Máximo local: $x = \frac{2}{5}$.

Ejercicio 15.

(a) Mínimo local: $x = \frac{1}{2}$.

(b) Mínimos locales: $x = 0, x = 2$. Máximo local: $x = 1$.

Ejercicio 16. Mínimo local: $x = 0$. Máximos locales: $x = -1, x = \frac{3}{2}$.

Ejercicio 17.

(a) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(-\infty, -\frac{2}{3}); (0, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-\frac{2}{3}, 0)$.

Máximos locales: $-\frac{2}{3}$.

Mínimos locales: 0 .

Conc. posit.: $(-\infty, -\frac{1}{3})$.

Conc. negat.: $(-\frac{1}{3}, +\infty)$.

Puntos de inflexión: $-\frac{1}{3}$.

(b) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(-\sqrt{3}, 0); (\sqrt{3}, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-\infty, -\sqrt{3}); (0, \sqrt{3})$.

Máximos locales: 0 .

Mínimos locales: $-\sqrt{3}, \sqrt{3}$.

Conc. posit.: $(-\infty, -1); (1, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-1, 1)$.

Puntos de inflexión: $-1, 1$.

(c) Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.

A.V.: $x = 0$.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$.

Int. de decrec.: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0); (0, +\infty)$.

Máximos locales: $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(0, 1)$.

Conc. negat.: $(-\infty, 0); (1, +\infty)$.

Puntos de inflexión: 1 .

(d) Dominio: $[-1, 1]$.

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(0, \frac{2}{5})$.

Int. de decrec.: $[-1, 0); (\frac{2}{5}, 1]$.

Máximos locales: $-1; \frac{2}{5}$.

Mínimos locales: $0, 1$.

Conc. posit.: $[-1, -\frac{1}{5})$.

Conc. negat.: $(-\frac{1}{5}, 0); (0, 1]$.

Puntos de inflexión: $-\frac{1}{5}$.

(e) Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.

A.V.: $x = 0$.

A.H./A.O.: $y = x$.

Int. de crecim.: $(-\infty, 0); (0, +\infty)$.

Int. de decrec.: No hay.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(-\infty, 0)$.

Conc. negat.: $(0, +\infty)$.

Puntos de inflexión: No hay.

(f) Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.

A.V.: $x = 0$.

A.H./A.O.: $y = 1$.

Int. de crecim.: $(0, 3)$.

Int. de decrec.: $(-\infty, 0); (3, +\infty)$.

Máximos locales: 3.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(\frac{9}{2}, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\infty, 0); (0, \frac{9}{2})$.

Puntos de inflexión: $\frac{9}{2}$.

(g) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: $y = 0$.

Int. de crecim.: $(-\infty, 0)$.

Int. de decrec.: $(0, +\infty)$.

Máximos locales: 0.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}); (\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$.

Puntos de inflexión: $-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$.

(h) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: $y = 0$.

Int. de crecim.: $(-\infty, 0)$.

Int. de decrec.: $(0, +\infty)$.

Máximos locales: 0.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}); (\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$.

Puntos de inflexión: $-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(i) Dominio: $(0, +\infty)$.

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(\frac{1}{e}, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(0, \frac{1}{e})$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: $\frac{1}{e}$.

Conc. posit.: $(0, +\infty)$.

Conc. negat.: No hay.

Puntos de inflexión: No hay.

(j) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: $y = 0$.

Int. de crecim.: $(-\infty, 1)$.

Int. de decrec.: $(1, +\infty)$.

Máximos locales: 1.

Mínimos locales: No hay.

Conc. posit.: $(2, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\infty, 2)$.

Puntos de inflexión: 2.

(k) Dominio: $(-2, -1); (-1, +\infty)$.

A.V.: $x = -1$.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(e - 2, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-2, -1); (-1, e - 2)$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: $e - 2$.

Conc. posit.: $(-1, e^2 - 2)$.

Conc. negat.: $(-2, -1); (e^2 - 2, +\infty)$.

Puntos de inflexión: $e^2 - 2$.

(l) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: $x = -1$.

- A.H./A.O.: $y = 0, y = x - 1$.
 Int. de crecim.: $(-\infty, -3); (-1, 1)$.
 Int. de decrec.: $(-3, -1); (1, +\infty)$.
 Máximos locales: $-3, 1$.
 Mínimos locales: No hay.
 Conc. posit.: $(2, +\infty)$.
 Conc. negat.: $(-\infty, -1); (-1, 2)$.
 Puntos de inflexión: 2 .
- (m) Dominio: \mathbb{R} .
 A.V.: No hay.
 A.H./A.O.: $y = 0$.
 Int. de crecim.: \mathbb{R} .
 Int. de decrec.: No hay.
 Máximos locales: No hay.
 Mínimos locales: No hay.
 Conc. posit.: $(-\infty, -2); (-2, +\infty)$.
 Conc. negat.: No hay.
 Puntos de inflexión: No hay.
- (n) Dominio: $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$.
 A.V.: $x = -2, x = 2$.
 A.H./A.O.: $y = 2x$.
 Int. de crecim.: $(-\infty, -2\sqrt{3}); (2\sqrt{3}, +\infty)$.
 Int. de decrec.: $(-2\sqrt{3}, -2); (-2, 2); (2, 2\sqrt{3})$.
 Máximos locales: $-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$.
 Mínimos locales: No hay.
 Conc. posit.: $(-2, 0); (2, +\infty)$.
 Conc. negat.: $(-\infty, -2); (0, 2)$.
 Puntos de inflexión: 0 .
- (ñ) Dominio: $\mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$.
 A.V.: $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$.
 A.H./A.O.: $y = 1$.
 Int. de crecim.: $(0, \sqrt{3}); (\sqrt{3}, +\infty)$.
 Int. de decrec.: $(-\infty, -\sqrt{3}); (-\sqrt{3}, 0)$.
 Máximos locales: No hay.
 Mínimos locales: 0 .
 Conc. posit.: $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$.
 Conc. negat.: $(-\infty, -\sqrt{3}); (\sqrt{3}, +\infty)$.
 Puntos de inflexión: No hay.
- (o) Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$.
 A.V.: $x = 0$.
 A.H./A.O.: $y = 0$.
 Int. de crecim.: $(-2\sqrt{3}, 0); (0, 2\sqrt{3})$.
 Int. de decrec.: $(-\infty, -2\sqrt{3}); (2\sqrt{3}, +\infty)$.
 Máximos locales: $2\sqrt{3}$.
 Mínimos locales: $-2\sqrt{3}$.
 Conc. posit.: $(-2\sqrt{6}, 0); (2\sqrt{6}, +\infty)$.
 Conc. negat.: $(-\infty, -2\sqrt{6}); (0, 2\sqrt{6})$.
 Puntos de inflexión: $-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}$.
- (p) Dominio: $(-1, +\infty)$.
 A.V.: $x = -1$.
 A.H./A.O.: No hay.
 Int. de crecim.: $(0, +\infty)$.
 Int. de decrec.: $(-1, 0)$.
 Máximos locales: No hay.
 Mínimos locales: 0 .
 Conc. posit.: $(-1, +\infty)$.
 Conc. negat.: No hay.
 Puntos de inflexión: No hay.
- (q) Dominio: $\mathbb{R} - \{-3\}$.
 A.V.: $x = -3$.
 A.H./A.O.: $y = 1$.

Int. de crecim.: $(-\infty, -3); (1, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-3, 1)$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: 1.

Conc. posit.: $(-\infty, -3); (-3, 3)$.

Conc. negat.: $(3, +\infty)$.

Puntos de inflexión: 3.

(r) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: $y = 0$.

Int. de crecim.: $(-1, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-\infty, -1)$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: -1 .

Conc. posit.: $(-2, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\infty, -2)$.

Puntos de inflexión: -2 .

(s) Dominio: \mathbb{R} .

A.V.: No hay.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(0, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-\infty, 0)$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: 0.

Conc. posit.: $(-\infty, 0); (0, +\infty)$.

Conc. negat.: No hay.

Puntos de inflexión: No hay.

(t) Dominio: $(0, +\infty)$.

A.V.: $x = 0$.

A.H./A.O.: No hay.

Int. de crecim.: $(1, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(0, 1)$.

Máximos locales: No hay.

Mínimos locales: 1.

Conc. posit.: $(0, +\infty)$.

Conc. negat.: No hay.

Puntos de inflexión: No hay.

(u) Dominio: $\mathbb{R} - \{-1\}$.

A.V.: $x = -1$.

A.H./A.O.: $y = x - 1$.

Int. de crecim.: $(-\infty, -3); (1, +\infty)$.

Int. de decrec.: $(-3, -1); (-1, 1)$.

Máximos locales: -3 .

Mínimos locales: 1.

Conc. posit.: $(-1, +\infty)$.

Conc. negat.: $(-\infty, -1)$.

Puntos de inflexión: No hay.

Ejercicio 18. La concentración aumenta en $[0, 2)$ y disminuye en $(2, +\infty)$.

Ejercicio 19.

Ejercicio 20.

Ejercicio 21. $16 = 8 + 8$.

Ejercicio 22. $x = \frac{35 - 5\sqrt{19}}{6}$.

Ejercicio 23. $2\sqrt{50} \times \sqrt{50}$.

Ejercicio 24. $16\sqrt{3}\pi$.

Ejercicio 25.

(a) El de dimensiones $\sqrt{A} \times \sqrt{A}$.

(b) El de dimensiones $\sqrt{A} \times \sqrt{A}$.

Ejercicio 26. $(-\frac{21}{10}, \frac{7}{10})$.

Ejercicio 27. $1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm}$.

Ejercicio 28. Cuando el número es $\sqrt[3]{2}$.

Ejercicio 29.

Ejercicio 30.

(a) $P'(t) = \frac{24e^{-\frac{t-1950}{10}}}{(1 + 3e^{-\frac{t-1950}{10}})^2}$.

(b) $t = 10 \ln(3) + 1950$.

Ejercicio 31.

Ejercicio 32. $x = 5$.

Ejercicio 33.

(a) $P(x) = 2 + 3x + 3x^2 - \frac{2}{3}x^3$.

(b) $Q(x) = -1 + 3(x - 2) + 2(x - 2)^2$.

(c) $Q(x) = 2x^2 - 5x + 1$.

Ejercicio 34.

(a) $P(x) = (x - 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{1}{3}(x - 1)^3 - \frac{1}{4}(x - 1)^4$

(b) $P(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6$

(c) $P(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7$

$$(d) P(x) = e + e(x-1) + \frac{e}{2}(x-1)^2 + \frac{e}{6}(x-1)^3 + \frac{e}{24}(x-1)^4$$

$$(e) P(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4$$

$$(f) P(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}(x - \frac{\pi}{4}) - \frac{\sqrt{2}}{4}(x - \frac{\pi}{4})^2 - \frac{\sqrt{2}}{12}(x - \frac{\pi}{4})^3 + \frac{\sqrt{2}}{48}(x - \frac{\pi}{4})^4$$

Ejercicio 35.

$$(a) \frac{6107}{5000} = 1,2214.$$

$$(b) -\frac{12643}{120000} \simeq -0,1053583333.$$

(c)

Ejercicio 36.

$$(a) f(0) = 7, f'(0) = 0, f''(0) = -10, f'''(0) = 6.$$

$$(b) h'(2) = 0, h''(2) = -10.$$

Ejercicio 37.

$$(a) f(2) = 3, f'(2) = -4, f''(2) = -6, f'''(2) = -3.$$

$$(b) h'(-1) = 10, h''(-1) = -202.$$