Práctica 5. Ejercicio Adicional.

Sean $a \in C^1([0,1])$ con $a \geq \alpha > 0$, $b, c \in C([0,1])$, $l_1, l_2 \in I\!R$ con $l_1 > 0$ y $l_2 < 0$, $f \in L^2((0,1))$.

(1) Mostrar que el problema

$$\begin{aligned} a\,u'' + b\,u' + c\,u &= f \qquad \text{en } (0,1) \\ u'(0) + l_1 u(0) &= 0 \\ u'(1) + l_1 u(1) &= 0, \end{aligned}$$

puede llevarse a la forma: Hallar $u \in H^1((0,1))$ tal que

$$a(u,v) = (f,v)_{L^2_\rho((0,1))} \qquad \forall v \in H^1((0,1))$$

para un peso $\rho > 0$ en $(0,1)$ y una forma bilineal $a(u,v)$ continua y coerciva en $H^1((0,1))$.

(2) ¿Qué se puede decir del problema de autovalores siguiente?

$$\begin{aligned} a\,u'' + b\,u' + c\,u &= \lambda u \qquad \text{en } (0,1) \\ u'(0) + l_1 u(0) &= 0 \\ u'(1) + l_1 u(1) &= 0. \end{aligned}$$