Elementos de Cálculo Numérico (Ciencias Biológicas)
Trabajo Práctico N° 1
<u>Operaciones vectoriales</u>

1.1. Dados los vectores $\vec{u}=(1,2)$, $\vec{v}=(-1,3)$, $\vec{w}=(-1,-2)$ calcule analítica y gráficamente las siguientes operaciones:

[a] $\vec{u}+\vec{v}$.
[b] $\vec{u}-\vec{v}$.
[c] $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$.
[d] $3\vec{u}$; $3\vec{v}$.
[e] $3\vec{u}+3\vec{v}$; $3(\vec{u}+\vec{v})$.

1.2. Sea $\vec{w}=(1,3)\in R^2$. Graficar:

[a] $\{t\cdot w : t\in R\}$.
[b] $\{t\cdot w : t\in R_{\geq 0}\}$.
[c] $\{t\cdot w : t\in R, 1\leq t\leq 2\}$.

1.3. Dados los vectores $\vec{u}=(0,1,2)$, $\vec{v}=(1,1,0)$, $\vec{w}=(-1,1,1)$ calcule las operaciones:

[a] $\vec{u}+\vec{v}$.
[b] $\vec{u}-\vec{v}$.
[c] $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$.
[d] $2\vec{u}$.
[e] $-3\vec{w}$.
[f] $-\vec{v}+\frac{2}{3}\vec{w}$.

1.4. En el bioterio observamos que el día primero de julio había 322 ratas de cepa α, 148 de cepa β y 290 de cepa γ. Durante el mes de julio se produjeron 104 nacimientos de cepa α, 48 de cepa β, y 110 de cepa γ. A su vez murieron 220 animales, repartidos ordenadamente en 79 de la primera cepa, 51 de la segunda y 90 de la última cepa. Calcule el vector PI de población inicial, el vector N_7 de natalidad durante julio, el vector M_7 de mortalidad durante el mismo mes, y el vector PF de población final al terminar el mes.

1.5. Sean los puntos $P=(1,4)$ y $Q=(3,2)$. Calcule analítica y gráficamente el punto medio entre P y Q.

1.6. Dados los puntos $A=(1,7,3)$, $B=(-1,3,0)$, $C=(3,-4,11)$:

[a] Determine los vectores $\overrightarrow{AB}=B-A$, $\overrightarrow{BC}=C-B$.
[b] Determine el punto medio entre los puntos *A* y *B*.

1.7. Sean $\vec{v}=(1,-2,2)$, $\vec{w}=(2,0,3)$ realice estas operaciones:

[a] $\vec{v}\cdot\vec{v}$; $\vec{w}\cdot\vec{w}$.
[b] $\vec{v}\cdot\vec{w}$; $\vec{w}\cdot\vec{v}$; $(\vec{v}+\vec{w})\cdot\vec{w}$; $(\vec{v}\cdot\vec{w})+(\vec{w}\cdot\vec{w})$.
[c] $(3\vec{v})\cdot\vec{w}$; $3(\vec{v}\cdot\vec{w})$; $\vec{v}\cdot(2\vec{w}-3\vec{v})$.

1.8. En el mismo bioterio del problema 1.4 los precios de los animales son \$1,50 por cada rata de cepa α, \$2,50 cada rata de cepa β, y \$4 cada animal de cepa γ. Un comprador necesita 18 animales de cepa α, 24 de cepa β y 20 de cepa γ. Determine el vector P de precios unitarios del bioterio, el vector C de compra del cliente y el valor total de la compra.

1.9. Calcule el módulo (o norma) de:

[a] Los vectores de R^2 enunciados en el problema 1.1.

[b] Los vectores de R^3 enunciados en el problema 1.3.

[c] Los vectores de R^2: $(3,0)$, $(2,1)$, $(-3,4)$ y $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$.

[d] Los vectores de R^3: $(1,1,-1)$, $(1,1,-2)+(3,5,6)$, $(2,-1,3)$, $-2\cdot(2,-1,3)$ y $2\cdot(2,-1,3)$.

1.10. Normalice cada uno de los vectores del problema 1.9.

1.11. Determine la distancia entre los siguientes pares de puntos:

[a] $A=(1,-3)$; $B=(0,0)$.

[b] $A=(1,-3)$; $B=(4,1)$.

[c] $A=(2,-3)$; $B=(5,3)$.

[d] $C=(1,2,3)$; $D=(4,1,-2)$.

[e] $C=(4,-2,6)$; $D=(3,-4,4)$.

[f] $C=(1,2,-3)$; $D=(0,3,1)$.

1.12. Determine <u>todos</u> los $k\in R$ tales que:

[a] $\vec{v}=(4,k)$ y $\|\vec{v}\|=5$.

[b] $\vec{v}=(1,k,0)$ y $\|\vec{v}\|=2$.

[c] $\vec{v}=k\cdot(2,2,1)$ y $\|\vec{v}\|=1$.

[d] $A=(1,1,1)$, $B=(k,-k,2)$ y $d(A,B)=2$.

1.13. Sea $C=(1,1)\in R^2$. Graficar en el plano los siguientes conjuntos:

[a] $S=\left\{A\in R^2 : \|A\|=1\right\}$.

[b] $S=\left\{A\in R^2 : \|A-C\|=1\right\}$.

[c] $S=\left\{A\in R^2 : \|A\|\leq 1\right\}$.

[d] $S=\left\{A\in R^2 : \|A-C\|\leq 1\right\}$.

1.14. Determine si los siguientes pares de vectores son ortogonales o no:

[a] $\vec{v}=(1,1)$, $\vec{w}=(-2,2)$.

[b] $\vec{v}=(2,-3)$, $\vec{w}=(0,0)$.

[c] $\vec{v}=(1,1,1)$, $\vec{w}=(1,0,1)$.

[d] $\vec{v}=(1,-2,4)$, $\vec{w}=(-2,1,1)$.

1.15. Hallar:

[a] Tres vectores distintos del plano que sean ortogonales al vector $(2,-3)$. ¿Qué relación encuentra entre los vectores hallados? Graficar.

[b] Todos los vectores del plano que son ortogonales al vector $(2,-2)$ y tienen norma 1.

[c] Tres vectores distintos del espacio que sean ortogonales al vector $(1,3,-4)$.

[d] Un vector del espacio que sea ortogonal al vector $(-1,0,2)$ y tenga norma 2. ¿Es único?

[e] Dos vectores ortogonales (perpendiculares) a $\vec{v}=(3,2,7)$ que no estén alineados con el origen (es decir, que no sean proporcionales).

1.16. Hallar el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:

[a] $\vec{v}=(1,0)$, $\vec{w}=(0,1)$.

[b] $\vec{v}=(1,1)$, $\vec{w}=(0,1)$.

[c] $\vec{v}=(1,2)$, $\vec{w}=(-2,1)$.

[d] $\vec{v}=(1,-1,0)$, $\vec{w}=(0,1,1)$.

1.17. Dados $\vec{u}=(3,2,-1)$; $\vec{v}=(0,1,2)$ determine:

[a] El ángulo entre ambos vectores.

[b] El módulo de $\vec{u}-\vec{v}$.

[c] Un vector ortogonal a cada uno de esos vectores.

1.18. Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en R^3 sabemos que $\|\vec{u}\|=1$; $\|\vec{v}\|=3$. Alguien calcula que $\vec{u}\cdot\vec{v}=5$. ¿Es correcto este cálculo? ¿Por qué?

1.19. Calcule los siguientes productos vectoriales:

[a] $(3,5,1)\times(3,5,1)$.

[b] $(3,5,1)\times(7,4,3)$.

[c] $(7,4,3)\times(3,5,1)$.

[d] $(2,0,0)\times(0,0,3)$.

1.20. Sean $\vec{u}=(2,1,-3)$; $\vec{v}=(1,-2,1)$:

[a] Calcule $\vec{w}=\vec{u}\times\vec{v}$.

[b] Verifique que $\vec{w}$ es ortogonal tanto a $\vec{u}$ como a $\vec{v}$

1.21. Hallar:

[a] Un vector del espacio no nulo que sea, simultáneamente, ortogonal a los vectores $(1,2,-3)$ y $(-1,5,-2)$. ¿Es único?

[b] Un vector del espacio de norma 2 que sea, simultáneamente, ortogonal a los vectores $(1,-2,4)$ y $(2,-4,8)$. ¿Es único?