# ELEMENTOS DE CÁLCULO NUMÉRICO (B) - Primer cuatrimestre 2008

## Ejercicios adicionales - Segunda parte

Determinar (con justificaciones claras o contraejemplos) la validez o falsedad de las siguientes afirmaciones.

1. *a*) Si $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz inversible y $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ verifica $A \cdot B = -\det(B) \cdot I$, entonces $\det(A) + \det(B^2) = 0$.

   *b*) Si $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ es una matriz tal que $\det(A) = \det(-A)$, entonces $\operatorname{rg}(A) \leq 4$.

2. *a*) Si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ verifica $A^2 = 2A - I$, el único autovalor de $A$ es $\lambda = 1$.

   *b*) Si $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ son matrices tales que $A$ es inversible y $\det(A + A.B) = 0$, entonces $-1$ es autovalor de $B$.

3. *a*) Si $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz tal que $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ y $(1,1,0)$ son autovectores de $A$, entonces $A$ es diagonalizable.

   *b*) Si $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz tal que $\operatorname{rg}(A) = 1$ y $\lambda = 3$ es autovalor de $A$, entonces $A$ es diagonalizable.

   *c*) Si $A, B \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ son matrices tales que $\mathcal{X}_A = \mathcal{X}_B$ y $A$ es diagonalizable, entonces $B$ es diagonalizable.

4. *a*) Si $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ es una matriz de Markov, entonces $A$ es inversible.

   *b*) Si $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ es una matriz de Markov, entonces $A^2$ es de Markov.

   *c*) Si $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz de Markov, entonces el vector $v = (1,1,1)$ es autovector de $A^t$ asociado al autovalor 1.

5. Sea $A$ una matriz de Markov, tal que $A^t$ también es de Markov.

   *a*) Si $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ entonces $A$ es simétrica.

   *b*) Si $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ entonces $A$ es simétrica.

   *c*) El vector $v = (1,1,1)$ es autovector de $A$.