

# Ecuaciones de oscilación no lineal

## Ecuación de Duffing

Elementos de Cálculo Numérico - Segundo Cuatrimestre de 2006

Se llama ecuación de Duffing a la ecuación diferencial:

$$x'' + \delta x' - x + x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (1)$$

que refleja las oscilaciones de un resorte no lineal, sometido a la acción de una fuerza periódica de frecuencia  $\omega$  e intensidad  $\gamma$ . El resorte está sometido a rozamiento, proporcional a la velocidad, de acuerdo con el término  $\delta x'$ .

- i) Verificar que la ecuación dada corresponde a la situación física descripta.
- ii) Escribir la ecuación 1 en la forma de un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- iii) Escribir un programa que integre el sistema del punto anterior, para cada conjunto de valores  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega$ . Utilizar para ello la rutina RKF45, o bien hacerlo con MATLAB o MATHEMATICA.
- iv) Integre con algún dato inicial, por ejemplo  $x(0) = 1.8$ ,  $x'(0) = 0$ , para los valores:

$$\gamma = 0.3 \quad \omega = 1. \quad \delta = 0.15$$

Realice la integración por un tiempo suficientemente largo. ¿Qué observa? Es muy útil graficar la evolución en el espacio de fases, es decir, graficando  $x'$  en función de  $x$ . Hágalo. ¿Cuál es el período de la órbita periódica alcanzada? Realice también dibujos de la dependencia temporal de  $x(t)$ , y de trayectorias en el espacio de fases que tiendan hacia la solución periódica. Interprete.

- v) Realice el análisis anterior con los datos

$$\gamma = 0.3 \quad \omega = 1. \quad \delta = 0.22$$

Compare. ¿Cuál es el nuevo período de la solución periódica obtenida?

- vi) Trate de obtener una solución periódica con los valores:

$$\gamma = 0.3 \quad \omega = 1. \quad \delta = 0.24$$

¿Qué pasa? ¿Puede asegurarse que no existe la solución periódica asintótica?

- vii) Para los tres casos anteriores, halle la transformada de Fourier de las soluciones  $x(t)$ , e interprete.