

# Comparación de métodos de integración: Un Ejemplo

Elementos de Cálculo Numérico - Segundo Cuatrimestre de 2006

Considere un péndulo de longitud  $L$  y masa  $m$ , tomando como coordenada el ángulo  $\theta$  respecto de la vertical, con  $\theta = 0$  correspondiendo al péndulo puesto para arriba.

i) Verifique que la ecuación de movimiento del péndulo es

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{L} \sin(\theta)$$

ii) Considere los siguientes métodos para integrar una ecuación diferencial de segundo orden, donde  $u$  representa la velocidad ( $\dot{\theta}$ ),  $x$  la coordenada, y  $h$  es el paso de integración en  $t$ .

$$\begin{cases} u^{(n+1/2)} = u^{(n-1/2)} + hf^{(n)} \\ x^{(n+1)} = x^{(n)} + hu^{(n+1/2)} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_p = x_n + hu_n \\ u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2}(f(x_n) + f(x_p)) \\ x_{n+1} = x_n + \frac{h}{2}(u_n + u_{n+1}) = x_p + \frac{h^2}{4}(f(x_n) + f(x_p)) \end{cases} \quad (2)$$

Halle el error local de truncado de ambos métodos.

iii) Halle la recurrencia que se genera al aplicar cada uno de estos métodos a la ecuación del péndulo. Halle los puntos fijos cada una de las recurrencias y decida si son estables o no, y si es posible, calcule también los puntos de período 2.

iv) Para distintos valores de  $h$ , haga mapas de las iteraciones, comenzando con varios valores iniciales distintos. Compare ambos métodos, y compare con las trayectorias que supone debieran ocurrir para el problema exacto.

v) Esto es sólo un esquema general, consultar para más detalles.

## Referencias

R.H.Miller. A Horror Story about integration methods. J. Comp. Phys. 93, 469- 476 (1991).