

Problema de tres cuerpos

Elementos de Cálculo Numérico - Segundo Cuatrimestre de 2006

Consideremos dos cuerpos que se mueven sujetos a la atracción gravitatoria mutua, en una órbita periódica (por ejemplo una estrella doble). Si sobre este sistema incide un tercer cuerpo, pueden ocurrir varios fenómenos:

i) Ionización: en el estado final se tienen tres cuerpos que se alejan indefinidamente.

ii) Intercambio: si la estrella viajera forma un sistema ligado con una de las estrellas de la estrella doble, mientras la restante se aleja indefinidamente.

iii) Aproximación: si luego de un tiempo de interacción la estrella viajera se aleja nuevamente.

Este tipo de sistemas es muy sensible a las condiciones iniciales, y tiene muchos parámetros a fijar (masas de las estrellas, velocidades y posiciones iniciales). Aún en problemas donde la mayoría de estos parámetros están fijos, el comportamiento es muy complicado.

a) Escribir un programa que integre numéricamente las ecuaciones de Newton para los tres cuerpos. Utilice la rutina RKF45, o alguna otra rutina adaptiva. Verifique su correcto funcionamiento para casos en que alguna de las masas sea cero. Halle datos iniciales en que las órbitas sean elipses muy excéntricas, y observe la adecuación del paso de integración a las características de la solución.

b) Considerar todas las masas iguales, y que el problema es plano (es decir, todos los cuerpos tienen coordenadas y velocidades iniciales incluidas en un plano). Suponga que dos de las masas están girando inicialmente alrededor de un centro común con una velocidad dada. Suponga además que la velocidad inicial de la otra estrella está fija, y varíe su parámetro de impacto, y el tiempo en que se lanza la estrella viajera (fase orbital). Para este problema de dos parámetros, donde en principio tiene sentido variar el instante inicial dentro del período de la estrella doble, y el parámetro de impacto a lo largo de longitudes del orden de las que separan las componentes de la estrella doble, integrar numéricamente para hacer un mapa donde para cada parámetro de impacto, y tiempo relativo al período se clasifique la situación en i), ii) ó iii).

c) Para un parámetro de impacto fijo, hallar en función de la fase orbital el tiempo que tarda la estrella viajera en alejarse nuevamente una distancia R suficientemente grande. Detectar de este modo la tendencia del sistema a permanecer más o menos ligado.

d) Incluya en sus programas el cambio de coordenadas al centro de masa de los tres cuerpos, y el cálculo de la energía total, y si desea del impulso angular total, de modo de asegurarse un monitoreo del error total introducido en la solución por la discretización y el redondeo.