TP MATLAB 1

Elementos de Cálculo Numérico

Segundo Cuatrimestre de 2007

1. Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ inversible y $b \in \mathbb{R}^n$.
   (a) Usando el comando **lu(A)** de Matlab, haga un programa que resuelva el sistema $Ax = b$.
   (b) Use lo anterior para calcular A^{-1}.
2. (a) Considere el sistema $Ax = b$ siendo A una matriz **tridiagonal**. Haga un programa para resolver este sistema que **no** use la estructura matricial sino solo los vectores de la diagonal y de las supra y sub diagonal.
   hint: haciendo a mano el método de Gauss para transformar A en una matriz tridiagonal superior $U = LA$, encontrar una formula para calcular por recurencia los coeficientes de U. Encontrar también una formuala para calcular por recurencia los coeficentes de Lb. Resolver $Ux = LAx = Lb$.
   (b) Vamos a usar el programa anterior para resolver numéricamente el problema con dato de contorno

$$\begin{cases} -10^{-4}u''(x) + u'(x) = 1 \quad \text{si } x \in (0,1) \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

   Por eso discretizamos el intervalo $[0,1]$ introduciendo los puntos $x_i = i/n$, $i = 0,\dots,n$, con n grande. Luego aproximamos $u'(x_i)$ y $u''(x_i)$ por diferencias centradas:

$$u'(x_i) \sim \frac{u(x_i+h) - u(x_i-h)}{2h} = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h}$$

$$u''(x_i) \sim \frac{u(x_i+h) + u(x_i-h) - 2u(x_i)}{h^2} = \frac{u_{i+1} + u_{i-1} - 2u_i}{h^2}$$

   donde $h = 1/n$ y $u_i = u(x_i)$. Estas aproximaciónes se justifican usando la fórmula de Taylor. Podemos asi reescribir la ecuación de (1) como un sistema $AU = (1,\dots,1)'$ con una matriz A que debes escribir, y $U = (u_1,\dots,u_{n-1})'$. Las condiciones de borde se traducen por $u_0 = u_n = 0$.
   Resuelva este sistem usando el programa de (a) y grafiqua los puntos $(u_0,\dots,u_n)$, la aproximación de u en los puntos x_i, por $n = 10$, 10^2, 10^3 y 10^4. Que pasa ?