

ESTADÍSTICA (Químicos)
PRÁCTICA Nº 4

1. La temperatura para la cual se produce cierta reacción química es una variable aleatoria X con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} c(1+x^2) & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Halle c .
- b) Obtener la función de distribución acumulada $F(x)$.
- c) Calcule la probabilidad de que la temperatura sea superior a 1.
- d) En un laboratorio se producen estas reacciones en forma independiente hasta lograr la primera reacción a una temperatura superior a 1. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera reacción a temperatura superior a 1 se produzca en la quinta experiencia?

2. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{2} & \text{si } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Calcule $P(0 \leq X < 0.5)$.
- b) Calcule $E(X)$ y $V(X)$.

3. La función de distribución acumulada de una variable aleatoria X es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{x-1}{3} & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- a) Muestre que ésta es una función de distribución acumulada.
- b) Halle la función de densidad. Que nombre tiene la distribución de X ?
- c) Halle x tal que $P(X > x) = 0.1$

4. Sea $X \sim N(16, 25)$

i) Calcule utilizando la tabla

- | | |
|-------------------|------------------------|
| a) $P(X \geq 17)$ | d) $P(13 < X < 20)$ |
| b) $P(X \leq 14)$ | e) $P(10 \leq X < 15)$ |
| c) $P(X < 14)$ | f) $P(X = 16)$ |

ii) Encuentre un valor a de manera tal que:

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| a) $P(X < a) = 0.75$ | c) $P(X - 16 < a) = 0.95$ |
| b) $P(X \geq a) = 0.6$ | |

5. Suponga que el tiempo de vida de un componente electrónico sigue una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 0.1$.

- Halle la probabilidad de que el tiempo de vida sea menor que 10.
- Halle la probabilidad de que el tiempo de vida este entre 5 y 15.
- Halle t tal que la probabilidad de que el tiempo de vida sea mayor que t sea 0.01.

6. Si T es una variable exponencial y $P(X < 1) = .05$. ¿Cuánto vale el parámetro λ ?

7. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, muestre que

$$P\left(\frac{|X - \mu|}{\sigma} \leq 0.675\right) = 0.5$$

8. El peso de cereal que contiene una caja sigue una distribución aproximadamente normal con una media de 600 gramos. El proceso de llenado de cajas está diseñado para que sólo 1 caja de cada 100 quede fuera del intervalo 590-610 gramos.

Cuánto tiene que valer la desviación estándar del peso de las cajas para alcanzar este requerimiento?

9. Se sabe que el peso promedio de un artículo que proviene de una línea de producción es de 83 kilos.

- Sabiendo que el 95% de los artículos pesan entre 81 y 85 kilos. Calcule el desvío estándar del peso de un artículo elegido al azar en la línea de producción. Cuáles son los supuestos que Ud. debe hacer para responder a esta pregunta?
- Si ahora elegimos seis artículos al azar de la línea de producción, cuál es la probabilidad de que al menos tres artículos pesen entre 82 y 84 kilos?

10. Suponga que se realizan dos mediciones independientes que siguen los siguientes modelos

de Gauss: $X = \alpha + e_x$, $Y = \beta + e_y$, donde e_x y e_y son variables aleatorias con media 0 y varianza σ^2 .

Sea $Z=2X-3Y$. Halle $E(Z)$ y $V(Z)$.

11. Suponga que la duración de un mecanismo electrónico (medida en miles de horas) es una variable aleatoria exponencial con parámetro 1 y que el costo de manufactura de uno de tales mecanismos es 2\$. El fabricante los vende a 5\$, pero garantiza la devolución del mecanismo si la duración del mecanismo es de 900 horas o menos. ¿Cuál es la ganancia esperada por mecanismo?

12. El límite diario permitido de descarga de sólidos al río en cierta ciudad es de 60 mg/l diarios. Un estudio de muestras de agua seleccionadas al azar muestra que a lo largo de un prolongado período, la cantidad de sólidos descargados diariamente por cierta fábrica es una variable aleatoria con distribución $N(48,36)$ o sea, la variabilidad día a día es grande.
 - a) Calcule la probabilidad de que un día elegido al azar la fábrica no cumpla con el límite establecido.
 - b) Calcule la esperanza del número de días del mes (20 días hábiles) en los que la fábrica no cumple con el límite autorizado. (Suponga que la cantidad de sólidos descargados en un día es independiente de la cantidad de sólidos descargados en cualquier otro día y que la probabilidad de que la fábrica no cumpla con el límite establecido permanece constante a lo largo del tiempo).