ESTADÍSTICA (Química)
PRÁCTICA 3

1. Una urna contiene 2 bolitas con el “0”, 3 bolitas con el “10” y 5 bolitas con el “20”.
   a) Sea X := número de una bolita elegida al azar de esta urna.
      Halle la función de probabilidad puntual de esta variable y grafíquela.
   b) Se extraen 2 bolitas con reposición y se registran los valores observados.
      i) Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio y asigne a cada punto del espacio muestral su probabilidad.
      ii) Sea Y := promedio de los valores obtenidos en una realización del experimento. Construya la distribución de probabilidades para Y.
      iii) Grafique la función de probabilidad puntual para Y (al graficar mantenga para ambos ejes de coordenadas la misma escala utilizada en a)).
   c) (opcional) Se extraen ahora 4 bolitas con reposición de la misma urna.
      Resuelva los incisos i), ii) y iii) del punto b).
   d) Compare los dos (tres) gráficos de las funciones de probabilidad puntual. Comente.

2. Sea X una variable aleatoria discreta con $P(X=0) = 0.25$, $P(X=1) = 0.125$, $P(X=2) = 0.125$ y $P(X=3) = 0.5$.
   Grafique la función de probabilidad puntual y la función de distribución acumulada de X.

3. La siguiente tabla muestra la función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta X:

x	<0	$0\leq x<1$	$1\leq x<2$	$2\leq x<3$	$3\leq x<4$	≥ 4
F(x)	0	0.1	0.2	0.7	0.8	1.0

   a) Calcule $P(2<X\leq 4)$.
   b) Calcule $P(2\leq X\leq 4)$.
   c) Calcule $P(X>3)$.
   d) Halle la función de probabilidad puntual de X.

4. Una compañía proveedora de productos químicos tiene en existencia 100Kg de un producto que vende a sus clientes en lotes de 5Kg. Sea X := número de lotes encargados por un cliente seleccionado al azar. Suponga que X tiene la siguiente función de probabilidad puntual:

x	1	2	3	4
p(x)	0.2	0.4	0.3	0.1

   a) Calcule E(X) y V(X).
   b) Calcule el número esperado de kilogramos sobrantes después de embarcar el pedido del siguiente cliente, y la varianza de los kilos sobrantes.

5. Un juego es *equilibrado* si el valor de la ganancia neta es igual a 0, es decir, en promedio

usted no gana ni pierde. Un casino generoso ofrece un poco más de \$1 en la ganancia si usted apuesta \$1 a color (rojo o negro).
¿Cuánto debería pagar el casino para que el juego resulte equilibrado?

6. Una caja contiene 7 tarjetas numeradas de 1 a 7. Se extraen 7 tarjetas al azar con reposición. Diga si es verdadero ó falso y justifique: el desvío estándar de la suma de las extracciones es $2 \times 7^{1/2}$.

7. Una caja contiene 3 bolitas rojas y 2 bolitas azules.
Se realizan 500 extracciones al azar con reposición.
Suponga que usted gana \$1 cuando obtiene una bolita roja y nada cuando obtiene una azul.
   a) ¿Cuánto espera ganar?
   b) Ahora suponga que gana \$1 por cada bolita roja y pierde \$10 por cada azul. ¿Cuánto dinero espera juntar?

8. Encontrar el valor esperado y la varianza de la suma de los números de tickets obtenidos a partir de 100 extracciones con reposición realizadas al azar de las siguientes cajas.
   - Caja 1: contiene 4 tickets con los números “0”, “1”, “1” y “6”.
   - Caja 2: contiene 3 tickets con los números “-2”, “-1” y “3”.

9. Un examen de *multiple choice* está compuesto de 15 preguntas, cada pregunta con 5 respuestas posibles de las cuales sólo una es correcta.
Suponga que uno de los estudiantes que realizan el examen contesta las preguntas al azar.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste al menos 10 preguntas correctamente?
   b) ¿Cuál es el número de respuestas correctas esperado?

10. Sea X ~ *Bi* (20, 0.8). Calcule utilizando la tabla:
    a) $P(X \leq 10)$
    b) $P(X > 16)$
    c) $P(X \geq 16)$
    d) $P(12 \leq X \leq 17)$

11. Suponga que la cantidad de pulsos que llegan a un contador en un intervalo fijo de tiempo sigue una distribución de Poisson a una tasa promedio de 6 por minuto.
    a) Halle la probabilidad de que en 30 segundos se reciba por lo menos un pulso.
    b) ¿Cuál es el número esperado de pulsos recibidos durante 2 minutos?

12. El número de imperfecciones que tiene una placa fotográfica sigue la distribución de Poisson de parámetro 0.1 imperfecciones por cm^2.
    a) Si de tal placa se toma una muestra de $40cm^2$, ¿cuál es la probabilidad de que esa muestra contenga exactamente 2 irregularidades?
    b) Si ahora se toman en forma independiente 5 muestras de $30cm^2$ de área cada una, ¿cuál

es la probabilidad de que exactamente una de ellas no contenga ninguna irregularidad?

13. El comprador de un lote muy grande de tornillos lo acepta cuando de 10 tornillos elegidos al azar a lo sumo un tornillo es defectuoso.
   a) Describa las variables aleatorias y, de ser posible, indique la distribución de esas variables y los parámetros desconocidos para este problema.
   b) ¿Cuál es la probabilidad P(A) de que el lote sea aceptado cuando la verdadera proporción p de defectuosos es 0.01? ¿0.05? ¿0.10? ¿0.20? ¿0.30?
   c) El gráfico de P(A) (en el eje vertical) como función de p (en el eje horizontal) se llama *curva característica* del plan de aceptación del lote.
      Utilice los resultados del inciso b) y esboce esa curva para $0 \leq p \leq 1$.
   d) Repita b) y c) reemplazando "10 tornillos" por "15 tornillos".
   e) ¿Cuántos tornillos deberá observar el comprador para que la probabilidad de aceptar un lote cuando p = 0.10, sea $\leq$ 0.05?. Se usa el mismo criterio de aceptación del lote.