ESTADÍSTICA (Química)
PRÁCTICA 4

1. La temperatura para la cual se produce cierta reacción química es una variable aleatoria X con función de densidad dada por:

$$f(x)=\begin{cases} c(1+x^2) & \text{si } -1\le x\le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   a) Halle c.
   b) Obtener la función de distribución acumulada F(x).
   c) Calcule la probabilidad de que la temperatura sea superior a 1.
   d) En un laboratorio se producen estas reacciones en forma independiente hasta lograr la primera reacción a temperatura superior a 1. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera reacción a temperatura superior a 1 se produzca en la quinta experiencia?

2. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1+x}{2} & \text{si } -1<x<1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   a) Calcule $P(0\le X<0.5)$.
   b) Calcule E(X) y V(X).

3. La función de distribución acumulada de una variable aleatoria X es:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<1 \\ \frac{x-1}{3} & \text{si } 1\le x\le 4 \\ 1 & \text{si } x>4 \end{cases}$$

   a) Muestre que ésta es una función de distribución acumulada.
   b) Halle la función de densidad. ¿Qué nombre tiene la distribución de X?
   c) Halle *x* tal que $P(X>x) = 0.1$.

4. Sea $X \sim N(16, 25)$.
   a) Calcule utilizando la tabla:
      i) $P(X\ge 17)$
      ii) $P(X\le 14)$
      iii) $P(X<14)$
      iv) $P(13<X<20)$
      v) $P(10\le X<15)$
      vi) $P(X=16)$
   b) Encuentre un valor *a* de manera tal que:
      i) $P(X < a) = 0.75$
      ii) $P(X \ge a) = 0.6$
      iii) $P(|X - 16| < a) = 0.95$

5. Suponga que el tiempo de vida de un componente electrónico sigue una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 0.1$.
   a) Halle la probabilidad de que el tiempo de vida sea menor que 10.
   b) Halle la probabilidad de que el tiempo de vida esté entre 5 y 15.
   c) Halle *t* tal que la probabilidad de que el tiempo de vida sea mayor que *t* sea 0.01.

6. Si T es una variable exponencial y $P(T<1) = 0.05$, ¿cuánto vale el parámetro λ?.

7. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, muestre que

$$P\left(\frac{|x-\mu|}{\sigma} \leq 0.675\right) = 0.5$$

8. El peso del cereal que contiene una caja sigue una distribución aproximadamente normal con una media de 600g. El proceso de llenado de cajas está diseñado para que sólo una caja de cada 100 quede fuera del intervalo 590-610g. ¿Cuánto tiene que valer la desviación estándar del peso de las cajas para alcanzar este requerimiento?

9. Se sabe que el peso promedio de un artículo que proviene de una línea de producción es de 83Kg.
   a) Sabiendo que el 95% de los artículos pesan entre 81 y 85Kg, calcule el desvío estándar del peso de un artículo elegido al azar de la línea de producción.
      ¿Qué supuestos deben hacerse para responder a esta pregunta?
   b) Si ahora elegimos 6 artículos al azar de la línea de producción, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 artículos pesen entre 82 y 84Kg?

10. Se realizan mediciones independientes de dos constantes desconocidas α y β. Supongamos que las mediciones siguen los siguientes modelos de Gauss: $X = \alpha + e_X$, $Y = \beta + e_Y$ (donde e_X y e_Y son variables aleatorias con media 0 y varianza σ^2). Supongamos también que interesa conocer aproximadamente una cantidad de la forma $a\alpha + b\beta$, donde a y b son constantes conocidas. Considere $Z := aX + bY$.
    a) Halle $E(Z)$ y $V(Z)$.
    b) En una titulación, la lectura inicial en una bureta es de 3.51ml y la lectura final es de 15.67ml. Para ambas mediciones se sabe que el error de medición tiene una desviación estándar de 0.02ml. ¿Cuál es aproximadamente el volumen del titulante utilizado? ¿Cuál es la desviación estándar de su error de medición?

11. Suponga que la duración de un mecanismo electrónico (medida en miles de horas) es una variable aleatoria exponencial con parámetro 1 y que el costo de manufactura de uno de tales mecanismos es \$2. El fabricante los vende a \$5, pero garantiza la devolución del mecanismo

si la duración del mismo es de 900h ó menos.
¿Cuál es la ganancia esperada por cada mecanismo?

12. En cierta ciudad el límite diario permitido de descarga de sólidos al río es de 60mg/l. Un estudio de muestras de agua seleccionadas al azar señala que a lo largo de un prolongado período, la cantidad de sólidos descargados diariamente por cierta fábrica es una variable aleatoria con distribución $N\,(48, 36)$, o sea, la variabilidad día a día es grande.
    a) Calcule la probabilidad de que en un día elegido al azar la fábrica no cumpla con el límite establecido.
    b) Calcule la esperanza del número de días del mes (20 días hábiles) en los que la fábrica no cumple con el límite autorizado (suponga que la cantidad de sólidos descargados en un día es independiente de la cantidad de sólidos descargados en cualquier otro día y que la probabilidad de que la fábrica no cumpla con el límite establecido permanece constante a lo largo del tiempo).