

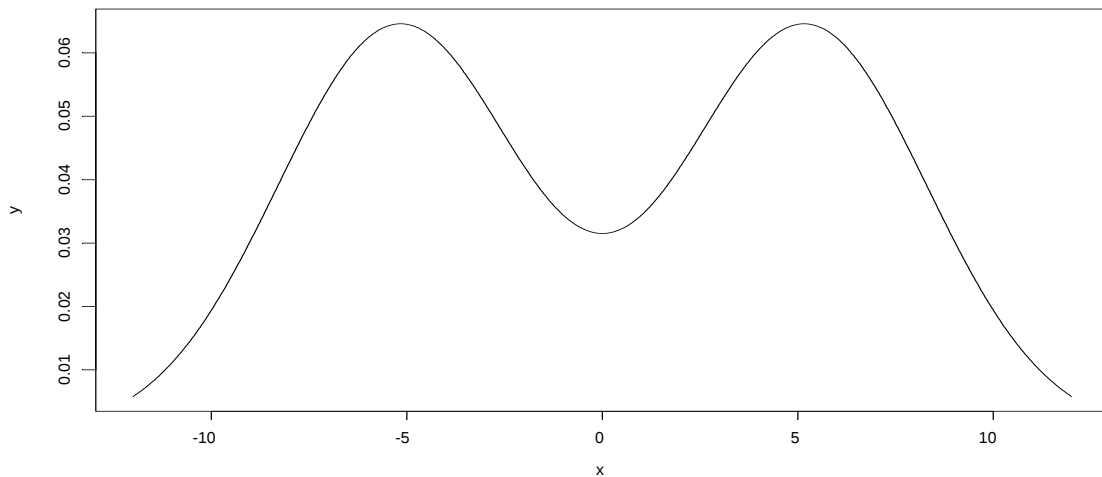
ESTADÍSTICA (Química)

PRÁCTICA 6

Comentario: En los todos los ejercicios a partir del 4,

- a) defina las variables aleatorias y los parámetros involucrados.
 - b) de ser posible indique:
 - i) la distribución de las variables aleatorias
 - ii) el significado intuitivo de los parámetros.
1. Se analizó una muestra de 12 piezas de pan blanco de cierta marca y se determinó el porcentaje de carbohidratos contenidos en cada una de las piezas, obteniéndose los siguientes valores:
76.93 76.88 77.07 76.68 76.39 75.09 77.67 76.88 78.15 76.50 77.16 76.42
- a) Estimar el promedio del porcentaje de carbohidratos contenidos en todas las piezas de pan de esta marca.
 - b) Estimar el valor por debajo del cual y por encima del cual se encontrarán la mitad de los valores del porcentaje de carbohidratos.
 - c) Estimar la proporción de piezas de pan de esta marca cuyo contenido de carbohidratos no excede el 76.5%.
2. Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución con media μ y varianza σ^2 .
- a) Probar que $\bar{X}^2$ no es un estimador insesgado de μ^2 .
 - b) ¿Para qué valores de k es $\hat{\mu}^2 = (\bar{X}^2 - k\sigma^2)$ un estimador insesgado de μ^2 ?
3. Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución Bernoulli de parámetro p y sea
- $$\hat{p} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$
- a) Demostrar que $\hat{p}$ es un estimador insesgado de p .
 - b) Consideremos un nuevo parámetro $\theta = p(1-p)$. Mostrar que el estimador $\hat{\theta} = \hat{p}(1-\hat{p})$ no es un estimador insesgado de θ .
 - c) ¿Existe un valor de k tal que $\tilde{\theta} = k\hat{p}(1-\hat{p})$ es un estimador insesgado de θ ? Si así es, calcule ese valor.
4. La pérdida promedio en el peso de 16 pacientes después de una semana de tratamiento es de 3.42Kg.
- a) Suponiendo normalidad construya un intervalo de confianza del 99% para la pérdida promedio real de peso,
 - i) en el caso σ conocida, $\sigma=0.68\text{Kg}$.
 - ii) en el caso σ desconocida y $s=0.68\text{Kg}$.
 - b) Compare la longitud de los intervalos obtenidos.
5. Diez mediciones de recuperación de bromuro potásico por cromatografía de gas-líquido en muestras de tomates de cierta partida arrojaron una media de $782\mu\text{g/g}$ y un desvío $s=16.2\mu\text{g/g}$. Suponga que las mediciones tienen distribución de Gauss.
- a) Halle un intervalo de confianza del 95% para la "verdadera" media μ de las mediciones en esta

- partida de tomates.
- b) ¿En este problema la media μ puede ser interpretada como el verdadero contenido de bromuro de potasio en la partida de tomates? ¿Qué suposiciones se requieren?
 - c) Halle un intervalo de confianza del 95% para la varianza (σ^2) de las mediciones.
 - d) Halle un intervalo de confianza del 95% para la desviación estándar (σ) de las mediciones.
6. Se hicieron varias mediciones del contenido de glucosa de una solución. Suponga que estas mediciones siguen un modelo de Gauss sin sesgo (¿qué significa esta suposición?). Se calculó el intervalo de confianza del 95% para la media, que resultó ser (10.28, 11.32). Decir si es verdadero ó falso, y explicar:
- a) Un 95% de las mediciones caerán en ese intervalo.
 - b) Hay una probabilidad del 95% de que la próxima medición caiga en el intervalo.
 - c) Alrededor del 95% de las veces que uno realice el ensayo y construya el intervalo de confianza, éste contendrá la verdadera concentración de glucosa de la solución.
 - d) La probabilidad de que el intervalo (10.28, 11.32) contenga a la verdadera concentración de glucosa es del 95%.
7. A partir de un gran número de determinaciones, se sabe que un método para determinar la cantidad de manganeso en un mineral comete errores aleatorios con distribución normal de media cero y desviación estándar 0.09.
- a) Se hicieron 5 determinaciones y se obtuvo un valor promedio de 7.54, calcule un intervalo de confianza al 99% para la cantidad de manganeso.
 - b) Ídem a), pero si se hicieron 10 determinaciones.
 - c) ¿Cuántas determinaciones habría que hacer para que el intervalo de confianza al 99% tenga una longitud ≤ 0.10 ?
8. Considere el ejercicio 4 de la Práctica 1.
- a) Usando las medias y desviaciones estándar calculadas con Statistix, calcule un IC del 95% para la media de las mediciones hechas por cada uno de los grupos.
 - b) Observe que el Statistix también puede calcular automáticamente los ICs del inciso anterior.
 - c) ¿Es razonable pensar que ambos grupos de estudiantes están midiendo la concentración de ion nitrato sin sesgo? En caso contrario, ¿puede saberse si uno solo ó ambos grupos hacen mediciones sesgadas?
9. Una determinada ciudad tiene 10000 casas de alquiler ocupadas. Para realizar un estudio se eligen 400 al azar y se averigua el alquiler que pagaron sus ocupantes el mes anterior, resultando un promedio $\bar{x}=\$184$ y un desvío estándar $s=\$80$. Se dibuja un histograma con los alquileres registrados en la muestra y se ve que no sigue la curva normal.
- a) Si es posible, halle un intervalo de confianza del 68% aproximadamente para el alquiler promedio de las 10000 casas de alquiler ocupadas. Si no es posible, justifique.
 - b) Verdadero ó Falso: Para alrededor del 68% del total de casas de alquiler ocupadas en la ciudad, el alquiler fue de entre \$180 y \$188.
10. Una balanza comete errores aleatorios que siguen la densidad que se muestra en el gráfico:



La esperanza de esta densidad es 0 microgramos y su desviación estándar es 6 microgramos. Se hacen 4 mediciones de un peso y se requiere un intervalo de confianza.

- a) ¿Puede usarse la curva normal? ¿Y la t de Student?. Justifique.
- b) Ídem con 100 mediciones.

11. Para un estudio de mercado 277 personas degustan un nuevo licor y 69 de ellas desaprueban el nuevo sabor. Construya un intervalo de confianza del 95% para la verdadera proporción p de personas que aprueban el nuevo licor.
12. Un fabricante asegura a una compañía que le compra un producto en forma regular, que el porcentaje de productos defectuosos no es mayor del 5%. La compañía decide comprobar la afirmación del comerciante seleccionando al azar de su inventario 200 unidades de este producto y probándolas. En la muestra encuentran 19 unidades defectuosas.
 - a) Construya un intervalo del 95% de confianza para la verdadera proporción de unidades defectuosas.
 - b) ¿Tiene razones la compañía para sospechar de la afirmación del fabricante?. Justifique.
13. En un estudio piloto para obtener información a ser utilizada en la planificación de un estudio mayor sobre la habilidad de lectura de los niños de tercer grado, se obtuvo un desvío estándar s de 12. A los investigadores les interesa construir un intervalo del 95% de confianza para la media de la habilidad de lectura en la población de los alumnos de tercer grado, cuya longitud no exceda 10. El presupuesto permite a los investigadores tener a lo sumo 100 alumnos en el estudio mayor. Teniendo en cuenta los resultados del estudio piloto, responda las siguientes preguntas:
 - a) Calcule aproximadamente la longitud del intervalo del 95% de confianza para la media poblacional basado en $n=100$. ¿Que hipótesis deben satisfacer las variables involucradas?
 - b) Ídem a) pero si el presupuesto permitiese sólo medir 10 niños.
 - c) Halle el menor valor de n para el cual se satisface el requerimiento de los investigadores de obtener un intervalo con un 95% de confianza con una longitud de a lo sumo 10. Especifique los supuestos utilizados.