

## ESTADÍSTICA (Química) PRÁCTICA 7

**Comentario:** En todos los ejercicios propuestos

- a) defina las variables aleatorias y los parámetros involucrados.
- b) de ser posible indique:
  - i) la distribución de las variables aleatorias
  - ii) el significado intuitivo de los parámetros.
- c) plantee las hipótesis nula y alternativa, e indique el nivel que usará para el test.
- d) elija un test, calcule el estadístico, muestre el valor  $p$  e indique la conclusión del test.

1. Una colonia de ratones de laboratorio tiene varios cientos de animales. El peso de los ratones adultos sigue distribución aproximadamente normal con media igual a 30g y desvío estándar de 5g. Como parte de un experimento, se les pidió a algunos estudiantes que eligieran 25 animales adultos, sin ninguna premisa. El peso promedio de estos animales fue de alrededor de 33g. ¿Muestran estos datos evidencia para decir que seleccionar los animales de esta manera no es lo mismo que elegirlos al azar? Justifique.

2. Cada uno de los siguientes conjuntos de datos representa una medición sobre un gas, en el que la proporción de CO es controlada a 70ppm:

- |                               |           |
|-------------------------------|-----------|
| a) 71, 68, 79                 | c) 71     |
| b) 71, 68, 79, 84, 78, 85, 69 | d) 71, 84 |

Las mediciones se realizaron con un fotómetro que se quiere saber si está bien calibrado. Suponga el modelo de Gauss, con errores normales; sin embargo puede haber un error sistemático. En cada caso haga un test para ver si hay evidencia de error sistemático.

En un caso esto es imposible: ¿cuál y por qué?

3. Se quiere calibrar otro fotómetro. En este caso no está claro si el modelo que supone errores con distribución de Gauss se verifica.

Los siguientes números son mediciones sobre el gas del ejercicio anterior:

- e) 71, 70, 72, 69, 71, 68, 93, 75, 68, 61, 94, 91
- f) 71, 73, 69, 74, 65, 67, 71, 69, 70, 75, 71, 68
- g) 71, 69, 71, 69, 71, 69, 71, 69, 71, 69, 71, 69

En dos casos el modelo de errores gaussianos no se satisface: ¿cuáles y por qué? Para el conjunto de datos para el que parece razonable suponer un modelo de Gauss, haga el test que considere más apropiado para estudiar si hay evidencia de error sistemático.

**Nota:** para estudiar normalidad, además de hacer algún gráfico que usted considere útil, aplique un test de hipótesis de normalidad.

4. Se arroja un dado 100 veces. La suma de los resultados dio 368 en vez de los 350 esperados. ¿Esta diferencia se puede explicar como una variación aleatoria o hay evidencia de que el dado está cargado?

5. Consideremos un procedimiento para medir el contenido de manganeso en un mineral. A este procedimiento se lo ha usado muchas veces y se sabe que su desviación estándar es 0.15. Se está estudiando si el método tiene error sistemático.

a) Se hacen 8 determinaciones de un mineral preparado que tiene 7% de manganeso y se obtienen los siguientes resultados:

6.90    7.10    7.20    7.07    7.15    7.04    7.18    6.95    ( $\bar{X}=7.074$ )

¿Cuál es su conclusión si desea que la probabilidad de equivocarse al decir que el método tiene error sistemático cuando en realidad no lo tiene sea 0.05?

- b) Si el método tiene un error sistemático de 0.10 (o sea, si la verdadera media de las observaciones es 7.10), ¿cuál es la probabilidad de cometer error tipo II?
- c) Se quiere aplicar un test estadístico de modo de que, al igual que en el inciso a), la probabilidad de decir que hay error sistemático cuando no lo hay sea 0.05. Pero además se desea que si hay un error sistemático de 0.10, la probabilidad de detectarlo sea  $\geq 0.80$  (o lo que es equivalente, la probabilidad de error tipo II sea  $\leq 0.20$ ).
  - i) El test del inciso a) ¿cumple con este requisito?
  - ii) En caso contrario, ¿cuántas determinaciones habría que hacer como mínimo?

6. Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria  $Bi(1, p)$ .

- a) Proponga un test asintótico de nivel  $\alpha$  para  $H_0: p=p_0$  contra  $H_1: p \neq p_0$ .
- b) Se tiene la hipótesis de que en una población de insectos el porcentaje de machos y de hembras es el mismo. Testear esta hipótesis a nivel 0.05 sabiendo que se tomaron 100 insectos obteniéndose 43 machos.
- c) ¿Qué test utilizaría si sospechara que el porcentaje de hembras es mayor que el de machos?

7. Este es un ejemplo en el que se desea estudiar si un cambio en las condiciones de un experimento afecta el resultado. Se está estudiando un procedimiento para la determinación de estaño en productos alimenticios. Para ello se tomaron 12 muestras del mismo producto. Se llevaron las muestras al punto de ebullición con HCl a reflujo durante diferentes tiempos. Los resultados fueron:

Tiempo de reflujo (m)	Estaño encontrado (mg/Kg)	$\bar{X}$	$s^2$
30	57, 57, 59, 56, 56, 59	57.00	2.80
70	57, 55, 58, 59, 59, 59	57.83	2.57

¿Es diferente la cantidad media de estaño encontrada para los dos tiempos de ebullición?

8. Se comparó un nuevo método propuesto para la determinación de la demanda de oxígeno en aguas residuales contra el método standard. Se hicieron 10 determinaciones por método para una misma muestra de aguas residuales, obteniéndose los siguientes resultados (en mg/l):

Método standard	74.4	67.2	66.1	71.2	68.7	69.9	71.0	77.8	72.4	70.1
Método propuesto	71.6	71.4	71.3	74.5	71.9	72.6	69.1	73.4	69.5	70.2

Ingresando los datos al Statistix se calcularon las medias y las DE de estos datos:

DESCRIPTIVE STATISTICS

VARIABLE	N	MEAN	SD
METODOS	10	70.880	3.4224
METODOP	10	71.550	1.6821

¿Tenemos información suficiente para decir que la precisión del método propuesto es significativamente mejor que la del método standard?

9. Utilizando dos métodos de análisis se hicieron determinaciones del contenido de hierro de una

muestra de un mineral. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Método 1	$n_1=12$	$\bar{X}_1=15.22\%$	$s_1=0.10\%$
Método 2	$n_2=11$	$\bar{X}_2=15.30\%$	$s_2=0.12\%$

- ¿Son significativamente diferentes las desviaciones estándares observadas con ambos métodos?
- ¿Son significativamente diferentes las medias de ambos métodos? (para elegir el test, tenga en cuenta el resultado del inciso anterior).
- Repita a) y b) pero con  $s_2=0.20\%$  (en lugar de  $s_2=0.12\%$ ).

10. En una estación del INTA se divide un terreno en 30 parcelas homogéneas. En 15 de ellas elegidas al azar se utiliza el fertilizante A y en las restantes el B. En las 30 parcelas se cultiva la misma variedad de maíz. Se supone que los rendimientos con el tratamiento A son variables aleatorias  $N(\mu_A, \sigma_A^2)$  y con el tratamiento B son  $N(\mu_B, \sigma_B^2)$ .

Los resultados obtenidos son:

PARCELAS CON EL TRATAMIENTO A														
238	237	235	220	233	203	228	220	221	215	218	217	232	225	209

PARCELAS CON EL TRATAMIENTO B														
253	227	241	245	237	248	250	218	239	243	257	208	215	240	229

- Proponga un test para  $H_0: \mu_A=\mu_B$  contra  $H_1: \mu_A \neq \mu_B$ .
- Proponga un test para  $H_0: \mu_A=\mu_B$  contra  $H_1: \mu_A > \mu_B$ .
- Verifique que se satisfagan los supuestos del test.
- Construya un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la verdadera diferencia de rendimiento promedio entre los fertilizantes.
- Responda a las preguntas a) y b) si en realidad los datos corresponden a 15 parcelas cada una dividida en 2 de forma que en una mitad se usó el fertilizante A y en la otra el B.

11. Se comparó un método espectroscópico de absorción atómica de llama para determinar antimonio en la atmósfera con el método colorimétrico recomendado.

Para seis muestras de atmósfera urbana se obtuvieron los siguientes resultados:

Muestra	Antimonio encontrado (mg/m <sup>3</sup> )	
	Método standard	Método nuevo
1	25.0	23.8
2	19.5	19.0
3	16.6	15.9
4	21.3	20.4
5	20.7	19.6
6	16.8	15.8

- ¿Difieren significativamente las medias de ambos métodos? Antes de aplicar un test, observe si es razonable hacer las suposiciones correspondientes.
- En caso de que responda afirmativamente a la pregunta anterior, calcule un IC al 95% para la diferencia de las medias.

- c) Si el valor obtenido con el nuevo método para la muestra 1 hubiese sido 20.0 (en lugar de 23.8), ¿cuál hubiese sido su respuesta a a)?
  - d) Compare los resultados obtenidos en a) y en c).
12. Vuelva a responder las preguntas del ejercicio 4 de la Práctica 1, pero ahora cuando se le pida hacer una comparación, aplique un test de hipótesis que considere adecuado.
13. Vuelva a responder las preguntas del ejercicio 6 de la Práctica 1, pero ahora cuando se le pida hacer una comparación, aplique un test de hipótesis que considere adecuado.
14. (continuación del ejercicio 3) Para cada uno de los conjuntos de datos para los que no es razonable suponer un modelo de Gauss, aplique un test para estudiar si hay evidencia de error sistemático.