

**ESTADÍSTICA (Química)**  
**PRÁCTICA 6 – Estimación - Intervalos de Confianza**

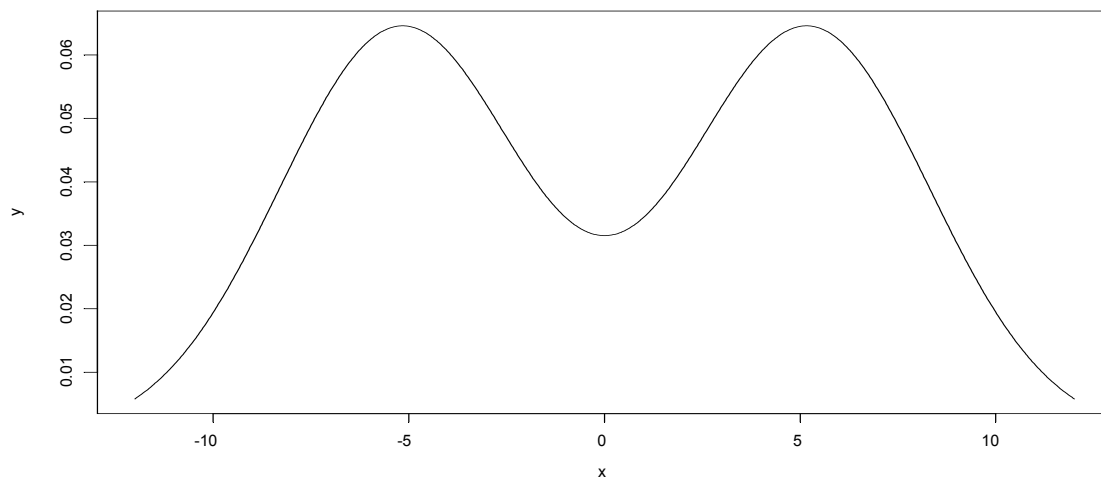
**Comentario:** En todos los ejercicios propuestos

- a) defina las variables aleatorias y los parámetros involucrados.
- b) de ser posible indique:
  1. la distribución de las variables aleatorias
  2. el significado intuitivo de los parámetros.

1. Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una distribución con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ .
  - a) Probar que  $\bar{X}^2$  no es un estimador insesgado de  $\mu^2$ .
  - b) ¿Para qué valores de k es  $\hat{\mu}^2 = (\bar{X}^2 - ks^2)$  un estimador insesgado de  $\mu^2$ ?
2. Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una distribución Bernoulli de parámetro p y sea  $T_n = \sum_{i=1}^n X_i$ . Consideremos un nuevo parámetro  $\theta = p(1-p)$ . Mostrar que  $T_n(n-T_n)/n(n-1)$  es un estimador insesgado de  $\theta$ .
3. Se registró el valor ( en Kg ) de la reducción del peso, de cada uno de 16 pacientes elegidos al azar, después de una semana de tratamiento. El promedio de esos 16 valores fue de 3.42Kg. Suponga que la pérdida de peso luego de una semana de tratamiento es una variable aleatoria con distribución normal.
  - a) Construya un intervalo de confianza del 99% para el valor medio poblacional de la reducción del peso después de una semana de tratamiento.
    - i. en el caso  $\sigma$  conocida con  $\sigma=0.68\text{Kg}$ .
    - ii. en el caso  $\sigma$  desconocida y  $s=0.68\text{Kg}$ .
  - b) Compare la longitud de los intervalos obtenidos.
4. Diez mediciones de recuperación de bromuro potásico por cromatografía de gas-líquido en muestras de tomates de cierta partida arrojaron una media muestral de  $782\mu\text{g/g}$  y un desvío  $s=16.2\mu\text{g/g}$ . Suponga que las mediciones tienen distribución Normal.
  - a) Halle un intervalo de confianza del 95% para la media ( $\mu$ ) de las mediciones en esta partida de tomates.
  - b) Suponiendo que el error de medición debido al método es despreciable respecto a la variabilidad entre los tomates y que las 10 mediciones se realizan para cada uno de 10 tomates, ¿cómo debe interpretarse la media  $\mu$ ? ¿Cómo debe interpretarse  $\sigma^2$ ?
  - c) En cambio, si las 10 mediciones se realizaron sobre el mismo tomate, ¿cómo puede interpretarse  $\mu$ ? ¿Cómo debe interpretarse  $\sigma^2$ ?
  - d) Halle un intervalo de confianza del 95% para la varianza ( $\sigma^2$ ) de las mediciones.
  - e) Halle un intervalo de confianza del 95% para la desviación estándar ( $\sigma$ ) de las mediciones.

5. Se hicieron varias mediciones del contenido de glucosa de una solución. Suponga que estas mediciones siguen un modelo de Gauss sin sesgo. ¿Qué significa esta suposición? Escriba el modelo. Se calculó el intervalo de confianza del 95% para la media, que resultó ser (10.28, 11.32). ¿Qué significa “la media” en este problema?  
Decir si es verdadero o falso, y explicar:
  - a) Un 95% de las mediciones caerán en ese intervalo.
  - b) Hay una probabilidad del 95% de que la próxima medición caiga en el intervalo.
  - c) Alrededor del 95% de las veces que uno realice el ensayo y construya el intervalo de confianza, éste contendrá la verdadera concentración de glucosa de la solución.
  - d) La probabilidad de que el intervalo (10.28, 11.32) contenga a la verdadera concentración de glucosa es del 95%.
  
6. A partir de un gran número de mediciones, se sabe que un método para determinar la cantidad de manganeso en un mineral comete errores aleatorios con distribución normal de media cero y desviación estándar 0.09.
  - a) Se hicieron 5 mediciones de un mismo mineral y se obtuvo un valor promedio de 7.54, calcule un intervalo de confianza con nivel del 99% para la cantidad de manganeso verdadera que contiene ese mineral.
  - b) Ídem a), pero si se hicieron 10 mediciones.
  - c) ¿Cuántas mediciones habría que hacer para que el intervalo de confianza al 99% tenga una longitud  $\leq 0.10$ ?
  
7. Considere el ejercicio 4 de la Práctica 1.
  - a) Usando las medias y desviaciones estándar calculadas con Statistix, calcule un IC del 95% para la media de las mediciones hechas por cada uno de los grupos. ¿Los intervalos obtenidos tienen nivel de confianza exacto o aproximado?
  - b) Observe que el Statistix también puede calcular automáticamente los ICs del inciso anterior.
  - c) ¿Es razonable pensar que ambos grupos de estudiantes están midiendo la concentración de ion nitrato sin sesgo? En caso contrario, ¿puede saberse si uno solo o ambos grupos hacen mediciones sesgadas?
  
8. Una determinada ciudad tiene 10000 casas de alquiler ocupadas. Para realizar un estudio se eligen 400 al azar y se averigua el alquiler que pagaron sus ocupantes el mes anterior, resultando un promedio  $\bar{x} = \$184$  y un desvío estándar  $s = \$80$ . Se dibuja un histograma con los alquileres registrados en la muestra y se ve que no sigue la curva normal.
  - a) Si es posible, halle un intervalo de confianza del 68% aproximadamente para el alquiler promedio de las 10000 casas de alquiler ocupadas. Si no es posible, justifique.
  - b) Indique si es verdadero o falso: Para alrededor del 68% del total de casas de alquiler ocupadas en la ciudad, el alquiler fue de entre \$180 y \$188.

9. Una balanza comete errores aleatorios que siguen la densidad que se muestra en el gráfico:



La esperanza de esta densidad es 0 microgramos y su desviación estándar es 6 microgramos. Se hacen 4 mediciones de un peso y se requiere un intervalo de confianza.

- ¿Puede usarse la curva normal? ¿Y la  $t$  de Student?. Justifique.
  - Ídem con 100 mediciones.
10. Para un estudio de mercado 277 personas degustan un nuevo licor y 69 de ellas desaprueban el nuevo sabor. Construya un intervalo de aproximadamente 95% de confianza para la verdadera proporción  $p$  de personas que aprueban el nuevo licor.
11. Un fabricante asegura a una compañía que le compra un producto en forma regular, que el porcentaje de productos defectuosos no es mayor del 5%. La compañía decide comprobar la afirmación del comerciante seleccionando al azar de su inventario 200 unidades de este producto y probándolas. En la muestra encuentran 19 unidades defectuosas.
- Construya un intervalo del 95% aproximadamente de confianza para la verdadera proporción de unidades defectuosas.
  - ¿Tiene razones la compañía para sospechar de la afirmación del fabricante? Justifique.
12. Se realizó una prueba de lectura a  $n$  niños como parte de un estudio piloto y se registraron los puntajes. El desvío estándar ( $s$ ) de los puntajes obtenidos fue de 12. A los investigadores les interesa construir un intervalo del 95% de confianza para la media del puntaje de dicha prueba en la población de los alumnos de tercer grado.
- Teniendo en cuenta los resultados del estudio piloto, responda las siguientes preguntas:
- Calcule aproximadamente la longitud del intervalo del 95% de confianza para la media poblacional basado en  $n=100$ . ¿Que hipótesis deben satisfacer las variables involucradas?
  - Ídem a) pero si el presupuesto permitiese sólo evaluar a 10 niños.
  - Halle el menor valor de  $n$  para el cual se satisface el requerimiento de los investigadores de obtener un intervalo del 95% de confianza con una longitud de a lo sumo 10. Especifique los supuestos utilizados.