

Estadística (Q). Ejercicios de Probabilidad. Clase del 16 de septiembre de 2009

Ejercicio 1. Se extraen (con reposición) 2 cartas de un mazo de 40 cartas españolas (1 al 7, 10, 11 y 12 de 4 palos distintos). Hallar la probabilidad de que:

- a) ambas sean ases.
- b) alguna lo sea.
- c) Ahora compliquemos un poquito el experimento. Primero se tira un dado. Si sale el 3 o el 6 se sacan dos cartas (con reposición) del mazo descrito anteriormente. Si no, se sacan (sin reposición) 2 cartas de un mazo de 52 cartas de póker (1 al 13). Hallar la probabilidad de que las dos cartas extraídas con este método sean ases.

Ejercicio 2. Supongamos que el 5 % de la población sufre de hipertensión y que, de entre estos, el 75 % ingiere bebidas alcohólicas. De entre los que no son hipertensos el 50 % ingiere bebidas alcohólicas.

- a) ¿Cuál es el porcentaje de personas en la población que beben alcohol?
- b) ¿Qué porcentaje de las personas que beben alcohol sufren de hipertensión?

Ejercicio 3. Supongamos que en un taller hay 100 máquinas de coser. Algunas de esas máquinas son eléctricas (E), mientras que otras son manuales (M). Además, algunas son nuevas (N), mientras que otras son usadas (U). La tabla dada a continuación da el número de máquinas de cada categoría.

	E	M	
N	40	30	70
U	20	10	30
	60	40	100

Una persona entra al taller y escoge una máquina al azar.

- a) Describa el espacio muestral asociado al experimento, asigne probabilidad a cada uno de los eventos elementales.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina tomada al azar sea manual y nueva?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina tomada al azar sea nueva?
- d) Si dicha persona descubre que la máquina es nueva, ¿cuál es la probabilidad de que sea eléctrica?
- e) **Tarea:** Supongamos que una persona escoge dos máquinas al azar sin reposición. Sean los eventos $A = \{\text{la primer máquina es eléctrica}\}$ y $B = \{\text{la segunda máquina es eléctrica}\}$. Calcular $P(B)$.

Ejercicio 4. Una compañía produce autos. Un auto se categoriza como defectuoso si su motor dura menos de 100.000 km. La probabilidad de que un auto producido por esta compañía resulte defectuoso es 0.25. Como los autos defectuosos son cubiertos por una garantía de la compañía fabricante, para evitar sacar a la venta estos autos, la compañía implementa un plan de control de calidad. Este plan revisa los autos antes de sacarlos a la venta y los califica como aptos o no aptos. Si el auto revisado es defectuoso, lo declara como no apto con probabilidad 0.65. Sin embargo, el equipo de control de calidad también categoriza como no apto un auto que en realidad no es defectuoso con probabilidad 0.15. Los autos declarados no aptos son devueltos a la fábrica y los demás son puestos en venta.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un auto defectuoso sea puesto en venta, es decir, declarado apto? ¿Cuál es la probabilidad de que un auto no defectuoso sea puesto en venta, es decir, declarado apto?

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un auto sea puesto en venta?
- c) Si un auto es puesto en venta, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- d) Un día se pusieron en venta 14 autos, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno sea defectuoso?
- e) Se elige un auto al azar producido por la compañía. Considerar los siguientes eventos:
 $D = \{\text{el auto es defectuoso}\}$
 $N = \{\text{el auto se categoriza como no apto}\}$
 ¿Son independientes D y N ? Justificar

Ejercicio 5. El pájaro biguá se alimenta de peces. Sobrevuela la laguna hasta que, pez a la vista, desciende repentinamente a su caza con una probabilidad de éxito de 0.3. Queda satisfecho apenas pesca el primero, pero no antes, y no desciende en más de tres oportunidades diarias, ya que puede subsistir hasta tres días sin alimento.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado el pájaro coma recién en el segundo descenso? Conteste describiendo un espacio muestral adecuado. ¿Resulta equiprobable este espacio?
- b) Sea X la variable aleatoria definida por
 $X = \text{número de descenso en el que el pájaro biguá come en un día dado, o cero si no come.}$
 Dar el rango de X (es decir, el conjunto de posibles resultados para la variable aleatoria X).
- c) Hallar la función de probabilidad puntual p_X o p para la variable aleatoria X .
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado el pájaro coma?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que el pájaro muera?
- f) **Tarea:** Responder a la pregunta anterior, pero suponiendo que el pájaro puede vivir dos semanas sin comer.

Ejercicio 6. Sea X una variable aleatoria con función de distribución dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0,4 & 1 \leq x < 2 \\ 0,7 & 2 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

- a) Decidir si la variable es discreta, en caso de serlo calcular su rango.
- b) Hallar p_X .
- c) Usando F_X calcular
 - i. $P(2 < X \leq 5)$.
 - ii. $P(1,5 < X \leq 5)$.
 - iii. $P(4 \leq X)$.

Ejercicio 7. Supongamos que el 20 % de todos los ejemplares de un texto en particular fallan en una prueba de resistencia a la encuadernación. Sea X el número de entre 15 ejemplares seleccionados al azar que fallan en la prueba. Hallar la probabilidad de que:

- a) a lo sumo 8 fallen la prueba
- b) exactamente 8 fallen la prueba
- c) al menos 8 fallen la prueba.
- d) Hallar el número esperado de ejemplares de texto defectuosos.