

ESTADÍSTICA (Química)
PRÁCTICA 1 – Probabilidad

1. Se arroja una moneda equilibrada 3 veces, y se observa la secuencia de caras y cecas.
 - a) Describa el espacio muestral y asigne probabilidades a los sucesos elementales.
 - b) Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
 - i) A : salieron al menos dos caras
 - ii) B : en los dos primeros tiros salieron caras
 - iii) C : en el último tiro salió ceca
 - iv) no ocurrió el suceso A
 - v) ocurrieron los sucesos A y B simultáneamente
 - vi) ocurrió alguno de los dos sucesos A o B

2. Suponga que la moneda está cargada de manera tal que la probabilidad de obtener cara es $3/4$. Rehaga el ejercicio 1.

3. Una caja contiene 3 bolitas rojas, 2 azules y 4 blancas. Se extraen 2 bolitas con reposición. Calcule la probabilidad de obtener:
 - a) una bolita azul o una roja.
 - b) una bolita azul y una roja.
 - c) al menos una bolita roja.
 - d) las dos bolitas del mismo color.
 - e) sabiendo que las dos bolitas son del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que sean blancas?

4. Rehaga el ejercicio anterior pero con las extracciones realizadas sin reposición.

5. Se arroja un dado tres veces. Decir si es verdadero o falso: la probabilidad de obtener al menos un as es $1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$.

6. Se realiza una experiencia que consiste en provocar una reacción y luego registrar el nivel (bajo, medio, alto) de presión al finalizar la reacción. Supongamos que la probabilidad de cada uno de los niveles de presión al completarse la reacción son conocidos:

$$P(\text{bajo}) = 0.15 \quad P(\text{medio}) = 0.25 \quad P(\text{alto}) = 0.60$$

Se repite la experiencia en 2 días sucesivos en condiciones independientes e idénticas.

- a) Describa el espacio muestral asociado a este experimento. Indique los sucesos elementales y asigne sus probabilidades.
 - b) Describa los siguientes sucesos utilizando los sucesos elementales del espacio muestral de y calcule la probabilidad de cada uno de ellos:
 - la reacción se completa
 - i) con un nivel de presión bajo el primer día.
 - ii) con un nivel de presión bajo en los dos días.
 - iii) por lo menos en un día con un nivel de presión bajo.
 - iv) a lo sumo un día con nivel de presión alto.
 - c) Suponga ahora que únicamente interesa si el nivel de presión es bajo o si no es bajo. Rehaga los ítems a) y b) i) ii) iii).
-
7. Se realiza el mismo experimento del ejercicio 7 en un único día, pero además se registra si la reacción se completa antes de los 10 minutos o pasados los 10 minutos. Las probabilidades que dicha reacción se complete antes de los 10 minutos y con distintos niveles de presión en un día cualquiera son conocidas y se muestran en la siguiente tabla.

		Niveles de presión		
		bajo	medio	alto
Tiempo de reacción	< 10 minutos	0.05	0.15	0.40
	≥ 10 minutos	0.10	0.20

- a) Describa el espacio muestral de este experimento.
- b) Asigne probabilidad a cada uno de los elementos del espacio muestral y complete el cuadro.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la reacción se complete antes de los 10 minutos y con un nivel de presión alto?

- d) Si la reacción se completa con un nivel de presión alto, cuál es la probabilidad de que se complete antes de los 10 minutos?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que la reacción no se produzca a nivel de presión alto y se produzca antes de los diez minutos?
- f) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de reacción sea menor a los 10 minutos?
- g) ¿Cuál es la probabilidad de que si la reacción se produjo antes de los 10 minutos, haya sido a nivel de presión media?
- h) ¿A qué nivel de presión es más probable que se produzca la reacción?
- i) ¿Son más probables las reacciones que se producen antes de los 10 minutos?
- j) ¿Cuál es la probabilidad de que si el nivel de presión fue alto, la reacción haya tenido lugar antes de los 10 minutos?
- k) Considere los siguientes sucesos.
 A : el tiempo de reacción fue menor a 10 minutos.
 B : el nivel de presión fue bajo.
- Calcule $P(A)$, $P(B)$, $P(A/B)$, $P(B/A)$, $P(\bar{B} / A)$, $P(B / \bar{A})$ y $P(A \cap B)$.
- l) ¿Es el nivel de presión independiente del tiempo de reacción? Justifique su respuesta.
8. Se arroja un dado seis veces. ¿Cuál de las siguientes opciones ofrece la mejor chance de ganar? ¿O son equivalentes?
- a) Ganar \$1 si sale al menos un as.
- b) Ganar \$1 si sale un as todas las veces.
- c) Ganar \$1 si sale la secuencia 1, 2, 3, 4, 5, 6 (en ese orden).
- d) Ganar \$1 si los dos primeros números que salen son iguales.
9. La construcción de un edificio en el plazo programado está relacionada con los siguientes acontecimientos:
 E = "la excavación se completa a tiempo"
 C = "los cimientos se completan a tiempo"
 S = "la estructura exterior se completa a tiempo"
- que pueden suponerse independientes y con probabilidades iguales a 0.8, 0.7 y 0.9 respectivamente.
- a) Calcular la probabilidad de que el edificio sea terminado en el plazo programado, debido al cumplimiento de los plazos en las tres actividades referidas.
- b) Los eventos "los cimientos no se completan a tiempo" (\bar{C}) y "la excavación se completa a tiempo" (E), ¿son independientes? ¿Y los eventos \bar{C} y \bar{E} ? ¿Y los eventos E, \bar{C} y S?
- c) Calcular la probabilidad de que la excavación se complete a tiempo y no se completen a tiempo al menos una de las otras dos actividades.
10. En una materia que se dictó el primer cuatrimestre del año pasado, la distribución de la frecuencia de notas obtenidas fue la siguiente:

Nota	Porcentaje
0 y 1	5%
2 y 3	15%
4 a 7	50%
8 a 10	30%

- a) Se elige un estudiante al azar. Hallar la probabilidad de que haya aprobado (se aprueba con 4 o más).
- b) Sabiendo que hubo 200 alumnos en el curso, si se eligen dos estudiantes distintos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos hayan aprobado?
- c) Responder b) si no se pide que sean necesariamente distintos. Los números hallados en b) y c), ¿son muy diferentes entre sí?
- d) Felipe cursó dicha materia el cuatrimestre pasado y la aprobó. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sacado más de 7?
11. Sean los eventos
 $A_1 = \{ \beta_1 \in [a_1, b_1] \}$
 $A_2 = \{ \beta_2 \in [a_2, b_2] \}$
 $A_3 = \{ \beta_3 \in [a_3, b_3] \}$ que satisfacen $P(A_i) = 0.95$ para $i = 1, 2, 3$.
- a) Hallar la probabilidad de $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ en el caso en el que los eventos A_1 , A_2 y A_3 son independientes.
- b) Usando que $P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3) \leq P(\bar{A}_1) + P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_3)$ encontrar una cota inferior para la $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ sin asumir independencia de los A_i .