Investigación Operativa - Optimización Combinatoria

Práctica 7

Hacer un planteo por programación lineal entera de cada uno de los siguientes problemas:

1. Una fábrica produce 3 tipos de heladeras. Cada heladera pasa por 3 etapas de elaboración: armado, acabado e inspección. Se dispone de 3000 horas-hombre por mes en armado, 4000 en acabado y 3000 en inspección. Conociendo la cantidad a_{ij} de horas-hombre requeridas para elaborar una heladera del tipo i en la etapa j $(1 \leq i, j \leq 3)$ y la ganancia c_i de vender una heladera del tipo i, se quiere determinar cuántas heladeras de cada tipo conviene fabricar por mes para obtener la mayor ganancia.

2. Se quieren grabar 8 canciones en un cassette de manera de tener la mayor cantidad de canciones en el lado 1. Se sabe que en el lado 1 caben T_1 minutos y en el lado 2 caben T_2 minutos, que cada canción i dura a_i minutos y que las canciones 1, 3 y 5 son baladas, las canciones 2, 4, 6 y 8 son tangos y la 7 es una canción infantil. ¿Cuáles canciones se deben elegir para grabar en el lado 1 si se quiere, además, que cada lado contenga a lo sumo 2 baladas, que el lado 1 contenga por lo menos 3 tangos y que si las canciones 2 y 4 están en el lado 1 entonces necesariamente la canción 5 debe estar en el lado 2?

3. De 8 proyectos que se han propuesto se desean elegir 4 para ser realizados, respetando las siguientes condiciones:

1. El proyecto 1 necesita de los resultados del proyecto 4.
2. El proyecto 2 necesita de los resultados de los proyecto 4 y 5.
3. El proyecto 3 necesita de los resultados del proyecto 4 o del proyecto 8 (de alguno de ellos, no necesariamente de ambos).

Sea c_i el costo de realización del proyecto i. ¿Qué proyectos conviene realizar para que el costo total sea mínimo?

4.

$$\begin{gathered}
\max\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 60 \\
-x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 12 \\
x_2 + x_3 > 0 \ \Rightarrow\ x_1 + x_3 \leq 7 \\
x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{gathered}$$

5. Sea $G = (V, E)$ un grafo bipartito no dirigido donde $V = I \cup J$ con $I \cap J = \emptyset$. Para cada $i \in I$ sea $A_i = \{j \in J \,/\, (i, j) \in E\}$.
De todos los subconjuntos $U \subseteq I$ que verifican $A_i \cap A_k = \emptyset\ \forall\, i, k \in U,\ i \neq k$, se quiere hallar uno de máximo cardinal.

6. Se desea poseer 5 archivos que se encuentran en 10 diskettes. En la siguiente matriz $A = ||a_{ij}||$ se ha sintetizado la información que indica cuáles de estos cinco archivos contiene cada diskette

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

siendo

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el archivo } i \text{ se encuentra en el diskette } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Sabiendo que el precio del diskette j es c_j y que quienes compren los diskettes 3 y 5 se llevan el diskette 2 de regalo, se quiere determinar cuáles diskettes conviene comprar para gastar lo menos posible.

7. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido. Un subconjunto T de V se dice un *clique* si vale que $(i, j) \in E$ para todo $i, j \in T$, $i \neq j$. Se quiere hallar un clique de máximo cardinal.

8. Se deben instalar a lo sumo m depósitos de un material, para abastecer a n localidades en distintos puntos del país. Supongamos que la localidad k demanda b_k toneladas por mes, que si se instala un depósito en la localidad i suministraría a lo sumo a_i toneladas mensuales con un costo administrativo mensual de A_i pesos y que enviar una tonelada del material de la localidad i a la localidad k cueste c_{ik} pesos.
¿En qué localidades conviene instalar los depósitos para abastecer a todas las localidades a mínimo costo?

9. En un tablero de ajedrez se han prohibido algunos cuadraditos. Supongamos que se conoce el conjunto de ubicaciones que están prohibidas, ¿cómo se puede ubicar un máximo número de torres en los restantes cuadraditos sin que se coman mutuamente?

10. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido. Un subconjunto D de V se dice *dominante* si para todo $v \in V$ existe $d \in D$ tal que $(d, v) \in E$. Se quiere hallar un conjunto dominante de mínimo cardinal.