

Investigación Operativa - Optimización Combinatoria

Práctica 2

1. Resolver, usando el simplex, los siguientes problemas de programación lineal

i)
$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 \\ & 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 2 \\ & (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \geq 0 \end{aligned}$$

ii)
$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 4x_2 + x_3 \\ & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 - x_3 = 1 \\ & x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

iii)
$$\begin{aligned} \min \quad & 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ & 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 30 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \geq 14 \\ & 3x_1 - 4x_3 \geq -15 \\ & x_2 \leq 10 \\ & x_1 - 2x_3 = 0 \\ & (x_1, x_2, x_3) \geq 0 \end{aligned}$$

iv)
$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ & 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ & (x_1, x_2, x_3, x_4) \geq 0 \end{aligned}$$

2. Usando un soft resolver los siguientes problemas

i)
$$\begin{aligned} \max \quad & 25x_1 + 7x_2 + 24x_3 \\ & 3x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 8 \cdot 10^6 \\ & 5x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 5 \cdot 10^6 \\ & (x_1, x_2, x_3) \geq 0 \end{aligned}$$

- ii) $\min x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$
 $x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$
 $3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2$
 $x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$
 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \geq 0$
- iii) $\min x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - x_6 - 3x_7$
 $3x_3 + x_5 + x_6 = 6$
 $x_2 + 2x_3 - x_4 = 10$
 $-x_1 + x_6 = 0$
 $x_3 + x_6 + x_7 = 6$
 $(x_1, \dots, x_7) \geq 0$

3. Resolver, utilizando el algoritmo dual

- i) $\min y_1 + y_2$
 $-10y_1 + 20y_2 \geq 1$
 $10y_1 - 10y_2 \geq 1$
 $(y_1, y_2) \geq 0$
- ii) $\max y_1 + y_2 + y_3$
 $2y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 2$
 $4y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 2$
 $(y_1, y_2, y_3) \geq 0$

4. i) Plantear el siguiente problema

El petróleo crudo liviano cuesta \$35 el barril y el pesado \$ 30. La productividad de un barril de crudo liviano para gasolina es de 0.3, para gasoil de 0.2 y para nafta de jet de 0.3 y la de un barril de crudo pesado es de 0.3, 0.4 y 0.2 para gasolina, gasoil y nafta de jet respectivamente.

Una refinería debe proveer 900 mil barriles de gasolina, 800 mil barriles de gasoil y 500 mil barriles de nafta de jet. ¿Cuánto debe comprar de liviano y pesado para satisfacer el pedido a mínimo costo?

- ii) Resolver el problema planteado en i)
 a) gráficamente
 b) usando el simplex
 c) usando un soft

5. Mostrar que una solución básica, factible y degenerada puede ser óptima aún cuando no sea $c_j \geq 0$ para todo j .
6. ¿Puede una columna que acaba de dejar la base volver a entrar con el próximo pivote?
7. Supongamos que se ha resuelto un problema de programación lineal y se desea incorporar al planteo una nueva variable no negativa con sus correspondientes datos. ¿Cómo se puede proceder sin rehacer todos los cálculos?
8. Consideremos el problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -\frac{3}{4}x_1 + 150x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 6x_4 \\ & \frac{1}{4}x_1 - 60x_2 - \frac{1}{25}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0 \\ & \frac{1}{2}x_1 - 90x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 3x_4 + x_6 = 0 \\ & x_3 + x_7 = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

- i) Verificar que si se usa como criterio el de elegir el menor r cuando hay empate entonces el algoritmo recicla.
- ii) Verificar que $(\frac{1}{25}, 0, 1, 0, \frac{3}{100}, 0, 0)$ es una solución óptima y que el valor del funcional en ella es $z_0 = -\frac{1}{20}$.