Investigación Operativa - Optimización Combinatoria

Práctica 2

1. Resolver, usando el simplex, los siguientes problemas de programación lineal

i) $\min\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5$

$$3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 2$$
$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \geq 0$$

ii) $\max\ x_1 + 4x_2 + x_3$

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4$$
$$x_1 - x_3 = 1$$
$$x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$$

iii) $\min\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$

$$5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 30$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 14$$
$$3x_1 - 4x_3 \geq -15$$
$$x_2 \leq 10$$
$$x_1 - 2x_3 = 0$$
$$(x_1, x_2, x_3) \geq 0$$

iv) $\max\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$
$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$
$$(x_1, x_2, x_3, x_4) \geq 0$$

2. Usando un soft resolver los siguientes problemas

i) $\max\ 25x_1 + 7x_2 + 24x_3$

$$3x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 8.10^6$$
$$5x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 5.10^6$$
$$(x_1, x_2, x_3) \geq 0$$

ii) $\min x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6$

$$x_1 + x_4 + 6x_6 = 9$$
$$3\,x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2$$
$$x_1 + 2x_3 + x_5 + 2x_6 = 6$$
$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \geq 0$$

iii) $\min x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - x_6 - 3x_7$

$$3x_3 + x_5 + x_6 = 6$$
$$x_2 + 2x_3 - x_4 = 10$$
$$-x_1 + x_6 = 0$$
$$x_3 + x_6 + x_7 = 6$$
$$(x_1, \ldots, x_7) \geq 0$$

3. Resolver, utilizando el algoritmo dual

i) $\min y_1 + y_2$

$$-10y_1 + 20y_2 \geq 1$$
$$10y_1 - 10y_2 \geq 1$$
$$(y_1, y_2) \geq 0$$

ii) $\max y_1 + y_2 + y_3$

$$2y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 2$$
$$4y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 2$$
$$(y_1, y_2, y_3) \geq 0$$

4. i) Plantear el siguiente problema

El petróleo crudo liviano cuesta \$35 el barril y el pesado \$ 30. La productividad de un barril de crudo liviano para gasolina es de 0.3, para gasoil de 0.2 y para nafta de jet de 0.3 y la de un barril de crudo pesado es de 0.3, 0.4 y 0.2 para gasolina, gasoil y nafta de jet respectivamente.
Una refinería debe proveer 900 mil barriles de gasolina, 800 mil barriles de gasoil y 500 mil barriles de nafta de jet. ¿Cuánto debe comprar de liviano y pesado para satisfacer el pedido a mínimo costo?

ii) Resolver el problema planteado en i)

a) gráficamente

b) usando el simplex

c) usando un soft

5. Mostrar que una solución básica, factible y degenerada puede ser óptima aún cuando no sea $c_j \geq 0$ para todo j.

6. ¿Puede una columna que acaba de dejar la base volver a entrar con el próximo pivote?

7. Supongamos que se ha resuelto un problema de programación lineal y se desea incorporar al planteo una nueva variable no negativa con sus correspondientes datos. ¿Cómo se puede proceder sin rehacer todos los cálculos?

8. Consideremos el problema

$$\begin{aligned}
\min\ & \frac{-3}{4}x_1 + 150x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 6x_4 \\
& \frac{1}{4}x_1 - 60x_2 - \frac{1}{25}x_3 + 9x_4 + x_5 = 0 \\
& \frac{1}{2}x_1 - 90x_2 - \frac{1}{50}x_3 + 3x_4 + x_6 = 0 \\
& x_3 + x_7 = 1 \\
& x \geq 0
\end{aligned}$$

i) Verificar que si se usa como criterio el de elegir el menor r cuando hay empate entonces el algoritmo recicla.

ii) Verificar que $(\frac{1}{25}, 0, 1, 0, \frac{3}{100}, 0, 0)$ es una solución óptima y que el valor del funcional en ella es $z_0 = -\frac{1}{20}$.