

## Investigación Operativa - Trabajo Práctico 2

Estamos interesados en armar el fixture de un torneo. Es un torneo de 12 equipos, y juegan todos contra todos, con una ronda de ida y otra de vuelta (22 fechas en total).

El parámetro  $d_{ij}$  que representa la distancia entre la cancha de  $i$  y la de  $j$  es conocido.

Consideremos variables  $x_{ijk}$  que representen

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ es local versus } j \text{ en la fecha } k, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Para que una asignación de variables represente un torneo válido necesitamos las siguientes restricciones

- $\forall i, j$  con  $i \neq j$   $\sum_k x_{ijk} = 1$
- $\forall i, k$   $\sum_{j \neq i} x_{ijk} + x_{jik} = 1$
- $\forall i, j, k \leq 11$   $x_{ijk} = x_{jik+1}$

Definimos variables auxiliares

$$y_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ viaja de la cancha de } j \text{ a la de } l \text{ luego de la fecha } k, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Estas nuevas variables tienen relaciones con las anteriores

- $y_{ijkl} \geq x_{jik} + x_{lik+1} - 1$
- $y_{iilk} \geq x_{ijk} + x_{lik+1} - 1$

**Ejercicio 1.** Agregar restricciones que modelen las siguientes condiciones.

- A lo sumo  $m(= 3)$  partidos seguidos de visitante
- A lo sumo  $m(= 3)$  partidos seguidos de local

La función objetivo que vamos a considerar es

$$\min \sum d_{jl} y_{ijkl}$$

Este problema se conoce como Traveling Tournament Problem (TTP). Es un problema difícil y sólo se tienen instancias resueltas con una computadora con hasta 10 equipos. Como la liga que estamos modelando tiene 12 equipos tenemos que usar algún truco para reducir la cantidad de equipos.

Entonces hacemos 6 "equipos" que en realidad son 6 parejas de equipos que viajan juntos y en vez de fechas tenemos *weekends* (fines de semana) de dos fechas cada uno, jueves y sábado. Las parejas se arman mirando el mapa, cada equipo con el más próximo.

Con todo esto la instancia queda con  $n = 6$  equipos y 12 fechas (completar ahora los límites en las sumas), más una fecha adicional, por ejemplo al principio, que es la fecha *interparejas*. Todo esto es la primera ronda, luego se repite con las localías invertidas.

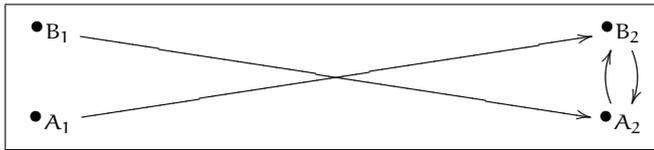
Las parejas quedan  $(A_1, B_1), \dots, (A_6, B_6)$  y entonces en la primera fecha juegan  $A_1$  vs.  $B_1, \dots, A_6$  vs.  $B_6$ . Luego de esto quedan 6 weekends en los que juegan entre sí los equipos de las parejas de este modo:

suponiendo que la pareja  $(A_1, B_1)$  visita a la  $(A_2, B_2)$  entonces el jueves juegan  $A_2$  vs.  $B_1$  y  $B_2$  vs.  $A_1$  y el sábado juegan  $A_2$  vs.  $A_1$  y  $B_2$  vs.  $B_1$ .

Esto conlleva la siguiente redefinición de la distancia entre la "cancha" de una pareja y la de otra: mirando los viajes que hay que hacer, contando lo que pasa *entre* el jueves y el sábado,

$$d'_{(A_1, B_1)(A_2, B_2)} = d_{A_2 B_1} + 2 d_{A_2 B_2} + d_{B_2 A_1}$$

(el orden de los subíndices está puesto para sugerir la localía). Y desde el lugar en el que quedaron viajan a ver al siguiente equipo-pareja. No es como en el fútbol local, por ejemplo, en el que cada equipo vuelve a su ciudad después de cada fecha (ver el dibujo del esquema de los recorridos de cada equipo de una pareja dada versus otra pareja).



**Ejercicio 2.** Hacer un programa en ZIMPL que resuelva este problema usando el modelo descripto.