

Lógica y Computabilidad

FCEyN - UBA

Segundo Cuatrimestre 2007

Práctica 7: Funciones Computables

1. Escribir en S algoritmos para calcular las siguientes funciones aritméticas:

- a) Producto: $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$. (Usando suma como macro).
- b) Potencia: $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. (Usando producto como macro).

2. Demostrar que S computa la función vacía $\emptyset : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$.

3. Escribir en S algoritmos para calcular las siguientes funciones de decisión:

a)

$$igual(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 = x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \neq x_2 \end{cases}$$

b)

$$distinto(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \neq x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 = x_2 \end{cases}$$

c)

$$mayor(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 > x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \leq x_2 \end{cases}$$

d)

$$menor(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 < x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \geq x_2 \end{cases}$$

4. Demostrar que el lenguaje S cumple las siguientes propiedades:

Propiedad 1:

- a) Computa la función $suc : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $suc(x) = x + 1$.
- b) Computa las proyecciones Pin .
- c) Computa las constantes Ckn .

Propiedad 2: Si S computa $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ y computa $g_i : \mathbb{N}^r \rightarrow \mathbb{N}$, $1 \leq i \leq k$, entonces S computa la composición:

$$h(x_1, \dots, x_r) = f(g_1(x_1, \dots, x_r), \dots, g_k(x_1, \dots, x_r)).$$

Propiedad 3:

Computa la función de decisión $d : \mathbb{N}^4 \rightarrow \mathbb{N}$:

$$d(x, y, s, t) = \begin{cases} s & \text{si } x = y \\ t & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

5. Escribir un programa que compute la función:

a)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ 0 & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ \uparrow & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$$

6. Sea $f(x)$ el mayor número natural tal que $2 \cdot n \leq x$. Escribir un programa que compute a f .