

# Lógica y Computabilidad

FCEyN - UBA

Segundo Cuatrimestre 2007

## Práctica 7: Funciones Computables

1. Escribir en  $S$  algoritmos para calcular las siguientes funciones aritméticas:

*a)* Producto:  $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ . (Usando suma como macro).

*b)* Potencia:  $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$ . (Usando producto como macro).

2. Demostrar que  $S$  computa la función vacía  $\emptyset : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ .

3. Escribir en  $S$  algoritmos para calcular las siguientes funciones de decisión:

*a)*

$$igual(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 = x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \neq x_2 \end{cases}$$

*b)*

$$distinto(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \neq x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 = x_2 \end{cases}$$

*c)*

$$mayor(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 > x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \leq x_2 \end{cases}$$

*d)*

$$menor(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 < x_2 \\ 0 & \text{si } x_1 \geq x_2 \end{cases}$$

4. Demostrar que el lenguaje  $S$  cumple las siguientes propiedades:

Propiedad 1:

- a) Computa la función  $suc : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, suc(x) = x + 1$ .
- b) Computa las proyecciones  $Pin$ .
- c) Computa las constantes  $Ckn$ .

Propiedad 2: Si  $S$  computa  $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$  y computa  $g_i : \mathbb{N}^r \rightarrow \mathbb{N}, 1 \leq i \leq k$ , entonces  $S$  computa la composición:

$$h(x_1, \dots, x_r) = f(g_1(x_1, \dots, x_r), \dots, g_k(x_1, \dots, x_r)).$$

Propiedad 3:

Computa la función de decisión  $d : \mathbb{N}^4 \rightarrow \mathbb{N}$ :

$$d(x, y, s, t) = \begin{cases} s & \text{si } x = y \\ t & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

5. Escribir un programa que compute la función:

a)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ 0 & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ \uparrow & \text{si } x \text{ es impar} \end{cases}$$

6. Sea  $f(x)$  el mayor número natural tal que  $2 \cdot n \leq x$ . Escribir un programa que compute a  $f$ .