Recuperatorio (bis) Primer Parcial

23/12/2008

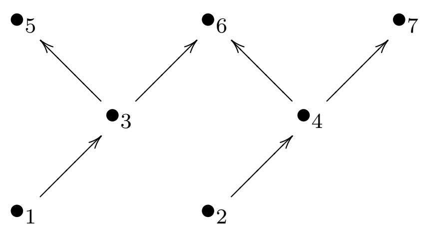
1. Decidir usando valuaciones o árboles si las siguiente fórmulas proposicionales son tautologías, contingencias o contradicciones.

   a) $(((\alpha \vee \beta \vee \gamma) \wedge (\delta \vee \gamma \vee \alpha)) \rightarrow (\gamma \vee (\beta \wedge \delta) \vee \alpha))$

   b) $(((\alpha \wedge \neg\beta) \vee (\beta \vee \alpha)) \wedge (((\neg\alpha) \rightarrow \beta) \rightarrow (\beta \wedge \alpha)))$

2. Encontrar tres fórmulas α, β y γ tales que ninguna de ellas sea equivalente a ninguna de las otras y tales que los conjuntos $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ y $\{\neg\alpha, \neg\beta, \neg\gamma\}$ sean satisfactibles y los conjuntos $\{\alpha, \neg\beta, \gamma\}$, $\{\alpha, \beta, \neg\gamma\}$ y $\{\alpha, \neg\beta, \neg\gamma\}$ sean insatisfactibles.

3. Considerando el lenguaje de primer orden $\mathcal{L}$ con un símbolo de predicado binario $\leq$ (reflexivo, antisimétrico y transitivo) y una única constante c. Para la siguiente interpretación de $\leq$:



   a) Dar una fórmula α con una única constante c tal que α sólo sea verdadera al interpretar a c por 6.

   b) ¿Por cuáles elementos del universo se puede interpretar a c en la siguiente formula β para que β sea verdadera?

   $$\beta = \forall y \left((c \leq y \wedge \neg (y \leq c)) \rightarrow \exists w \left(w \leq y \wedge \neg (y \leq w) \wedge \neg (w \leq c \wedge c \leq w) \right) \right)$$

4. Sea Γ un conjunto insatisfactible de fórmulas de proposicionales, tal que para todo par de fórmulas α y β que pertenecen a Γ se tiene que si $\{\alpha, \beta\} \models \delta$ entonces $\delta \in \Gamma$.

   Probar que existe una fórmula γ en Γ que es una contradicción.

5. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje de primer orden con un predicado binario $\bowtie$, una función unaria f. Definimos

   $$\begin{aligned} \Gamma &= \{\forall x \forall y \left(x \bowtie y \rightarrow f(x) \bowtie f(y) \right), \forall x \forall y \left(f\left(f(x)\right) \bowtie f\left(f(y)\right) \rightarrow x \bowtie y \right), \} \\ \alpha &= \forall x \forall y \left(f(x) \bowtie f(y) \rightarrow x \bowtie y \right). \end{aligned}$$

   a) Probar usando árboles que $\Gamma \models \alpha$.

   b) Describa en castellano qué modela Γ y qué propiedad es α.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS.