

Recuperatorio (bis) Segundo Parcial

23/12/2008

Sólo se pueden utilizar las macros y funciones primitivas recursivas definidas en el libro. En caso de duda, consulte.

1. Sea $f(x, y)$ la función que calcula la y -ésima cifra decimal de $1/x$, tomando como cifra 0 a la parte entera y definiendo $f(0, y) = 0$ para todo y .

Por ejemplo, $f(1, 0) = 1$, $f(7, 0) = 0$, $f(4, 1) = 2$, $f(9, 5) = 1$, $f(2, 12) = 0$.

- a) Decidir si la función f es computable y demostrarlo.
 - b) Decidir si la función f es primitiva recursiva y demostrarlo.
2. Decimos que una función (parcial) f tiene saltos si existe algún x tal que x y $x + 1$ están en el dominio de f y además el valor absoluto de la diferencia entre $f(x)$ y $f(x + 1)$ es estrictamente mayor que 1. Definimos el conjunto

$$A = \{y / \Phi_y \text{ tiene saltos}\}.$$

Analizar si A es recursivamente enumerable y si \bar{A} es recursivamente enumerable. Justificar.

3. Decidir si la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x(\lfloor \sqrt[3]{x} \rfloor, x^3) \downarrow \text{ y vale } x^3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

es (totalmente) computable y demostrarlo.

4. Dados los conjuntos

$$B = \{y / \text{en el programa de número } y \text{ no aparece nunca la instrucción } y \leftarrow y + 1\}$$

$$C = \{y / \text{para todo } x \text{ se tiene que } \Phi_y(x) \uparrow \text{ ó } \Phi_y(x) = 0\}.$$

Analizar si B es computable y si C es computable. Justificar.

Notas: La codificación de cada instrucción es:

$$\langle \#label, \langle \#acción, \#variable - 1 \rangle \rangle.$$

El orden de las variables es: $y \ x_1 \ z_1 \ x_2 \ z_2 \ \dots$, en donde y es la variable número 1.

Los números correspondientes a cada acción son: $0 : v \leftarrow v$, $1 : v \leftarrow v + 1$, $2 : v \leftarrow v - 1$, y los restantes corresponden a \uparrow .

5. Dados dos conjuntos A y B definimos

$$A \triangle B = \{x / x \text{ pertenece a } A \text{ ó a } B, \text{ pero no a ambos conjuntos}\}.$$

Por ejemplo, si $A = \{0, 1, 6, 11\}$ y $B = \{1, 5, 11, 13, 18\}$ entonces $A \triangle B = \{0, 5, 6, 13, 18\}$.

- a) Si A y B son recursivos, ¿ $A \triangle B$ es recursivo?
- b) Si A y B son recursivamente enumerables, ¿ $A \triangle B$ es recursivamente enumerable?

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS.