

Análisis Armónico
Práctica 11

1. Sean $f \in L^2(\mathbb{R})$ tal que $xf \in L^2(\mathbb{R})$. Pruebe que $f \in L^1(\mathbb{R})$.
2. Pruebe que las siguientes funciones son wavelets admisibles (i. e. $\int \frac{|\widehat{\psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty$):
 - (a) Haar: $\psi(x) = \chi_{[0,1/2]}(x) - \chi_{[1/2,1]}(x)$.
 - (b) Shannon: $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ y $\widehat{\psi}(w) = \chi_{[1/4,1/2]}(|w|)$.
 - (c) Gaussian: $\psi(x) = cxe^{-\pi x^2}$.
Muestre que $C_\psi = 1$ se obtiene con $c = \sqrt{2\pi}$.
 - (d) Sombrero Mexicano: $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ y $\widehat{\psi}(w) = cw^2e^{-\pi w^2}$.
Muestre que $C_\psi = 1$ se obtiene con $c = 2\pi$.