

**Análisi Armónico**  
**Práctica 6**

1. Sea  $\varphi \in L^1(\mathbb{R}^n)$  tal que  $\int \varphi = 0$ . Pruebe que

$$\|f * \varphi_\varepsilon\|_p \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0^+} 0$$

para toda  $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$ ,  $1 \leq p < +\infty$  ó  $f \in C_0 \subset L^\infty(\mathbb{R}^n)$ .

2. Muestre que  $\int_{\mathbb{R}^n} W(x, \alpha) dx = 1$ , donde  $W$  es el núcleo de Gauss-Weierstrass.
3. Probar que para todo  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$

$$W(x, \alpha_1 + \alpha_2) = \int W(x - t, \alpha_1) W(t, \alpha_2) dt$$

$$P(x, \alpha_1 + \alpha_2) = \int P(x - t, \alpha_1) P(t, \alpha_2) dt.$$

4. Probar que la fórmula de la multiplicación:

$$\int \hat{f} \hat{g} = \int f \hat{g}; \quad f, g \in L^1(\mathbb{R}^n)$$

se extiende a  $f, g \in L^2(\mathbb{R}^n)$ .