

Análisis Armónico
Práctica 9

1. Sea $\mathcal{Q}_0 = \{[0, 1]^d + k : k \in \mathbb{Z}^d\}$ la familia de cubos diádicos de orden 0. Sea $Q \subset \mathbb{R}^d$ un cubo arbitrario cuyo lado $\ell(Q)$ satisface $0 < \ell(Q) \leq 1$.
 - (a) Probar que Q interseca no más de 2^d cubos de \mathcal{Q}_0 .
 - (b) Si R es un cubo diádico en \mathcal{Q}_0 que interseca a Q (ver (a)), probar que para cualquier cubo diádico Q' que contiene a R , $2Q'$ contiene al centro de Q . (Aquí $2Q'$ es el cubo con el mismo centro que Q' y el doble de lado).
2. Sea $M'f$ la función maximal sobre cubos centrados en \mathbb{R}^2 .
 - (a) Calcular $M'f$ para $f(x) = \chi_Q(x)$ donde Q es un cuadrado en el plano.
 - (b) Comparar $\{M'\chi_Q > \varepsilon\}$ con $Q^\varepsilon = \{x : \text{dist}(x, Q) < \varepsilon\}$.
 - (c) Lo mismo que (a) y (b) para χ_E donde $E = \{x : \frac{1}{2} \leq \|x\| \leq 1\}$.