

# ECUACIONES POLINOMIALES Y ALGORITMOS

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2008

## Programa tentativo

- (1) Polinomios en una variable con coeficientes en un cuerpo: Máximo común divisor y factorización única (Repaso). Raíces en  $\mathbb{R}[X]$ : Algoritmos de Descartes y Sturm para determinar el número de raíces reales. Equivalencia de las factorizaciones en  $\mathbb{Q}[X]$  y  $\mathbb{Z}[X]$ : Polinomios primitivos, Lema de Gauss, Criterio de Eisenstein. El algoritmo de Kronecker de factorización en  $\mathbb{Q}[X]$ .
- (2) Polinomios en varias variables: Factorización Unica. Polinomios irreducibles. Especialización y polinomios nulos.
- (3) Ideales de  $K[X_1, \dots, X_n]$ : Ideales monomiales y el Lema de Dickson. Ordenes monomiales. Teorema de la base de Hilbert (Noetherianidad). Algoritmo de división de Hironaka en  $K[X_1, \dots, X_n]$ .
- (4) Bases de Gröbner: Definición, equivalencias y propiedades. Algoritmo de Buchberger de construcción de una base de Gröbner. Aplicación a los problemas de pertenencia de un polinomio a un ideal y representación. Comparación con el punto de vista clásico. El teorema de Eliminación. Operaciones con ideales y bases de Gröbner.
- (5) Variedades en  $K^n$ : Las correspondencias  $I \mapsto \mathbf{V}_K(I)$  y  $V \mapsto \mathbf{I}_K(V)$ . El radical de un ideal e ideales radicales. Proyecciones de variedades e ideales de eliminación.
- (6) La correspondencia recíproca “ideal radical de  $\mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$ –variedad de ceros en  $\mathbb{C}^n$ ”: La Resultante de dos polinomios en una variable. El Discriminante. El teorema de Extensión. El Nullstellensatz. Equivalencias. La correspondencia. La clausura de Zariski de la proyección de una variedad.
- (7) Ideales cero-dimensionales: Sistemas con finitas soluciones en  $\mathbb{C}^n$ . Ideales cero-dimensionales radicales. Cocientes de anillos polinomiales. Ideales cero-dimensionales y la dimensión del espacio vectorial cociente.
- (8) Descomposición primaria de un ideal: Ideales irreducibles y primarios. Ideales cociente. Descomposición primaria. Componentes aisladas e inmersas. Unicidad de los primos asociados y de las componentes aisladas. Algoritmos para el cálculo de la descomposición primaria de un ideal cero-dimensional (caso racional y caso general).