

TEORIA DE GRAFOS

Práctica 3

1. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido donde $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ cuya tabla de adyacencia es

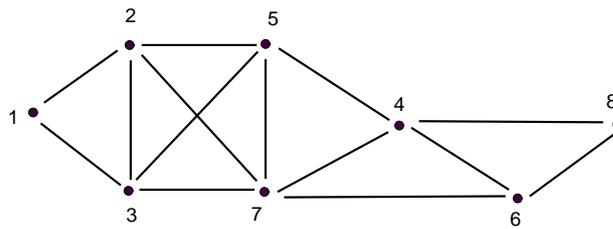
u	$A(u)$
1	3, 11
2	9, 10
3	1, 4, 11
4	3, 8, 12
5	6
6	5
7	9, 10
8	4, 12
9	2, 7, 10
10	2, 7, 9
11	1, 3
12	4, 8

Determinar cuántas y cuáles son las componentes conexas de G , utilizando breadth-first search.

2. i) Demostrar que al aplicar el algoritmo search a un grafo partiendo de un vértice s entonces todo otro vértice t será marcado si y solo si existe un camino que une s con t .

ii) Probar que si G es un grafo conexo entonces el algoritmo search marcará todos los vértices de G y que las ramas $(p(w), w)$ forman un spanning tree de G .

3. Construir un spanning tree del grafo



a) usando el criterio de depth-first

b) usando el criterio de breadth-first.

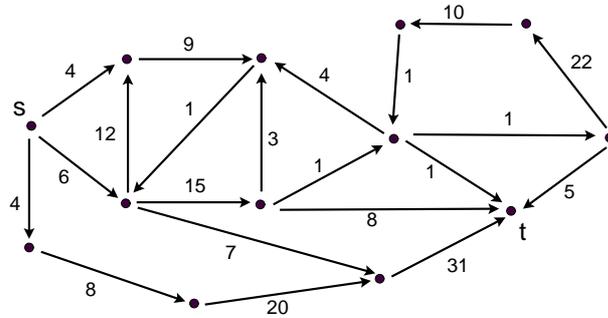
En ambos casos use como raíz al vértice 1

4. i) Caracterizar aquellos grafos para los cuales los criterios depth-first y breadth-first resultan en el mismo spanning tree

ii) ¿Qué tipo de grafos tienen el mismo spanning tree usando depth-first no importa cuál sea el vértice de partida?

5. Mostrar con un ejemplo que el algoritmo de Dijkstra puede fallar si el costo de alguna rama es negativo, aún si el grafo no contiene ciclos dirigidos.

6. Aplicar el algoritmo de Dijkstra al grafo



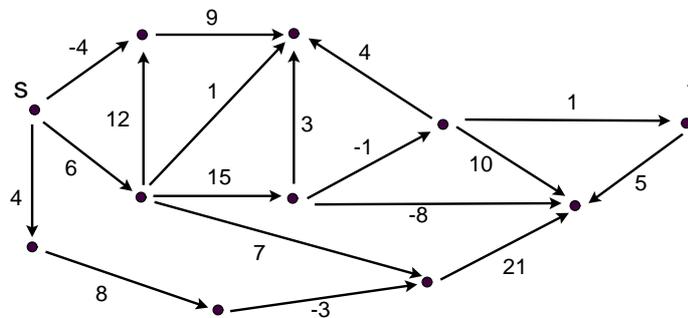
para hallar el camino de mínimo costo de s a t

7. En una reserva ecológica hay una entrada S , un mirador T y cinco lugares recreativos A, B, C, D y E . Determine, utilizando el algoritmo de Dijkstra, el camino más corto entre la entrada y el mirador sabiendo que las distancias están dadas por:

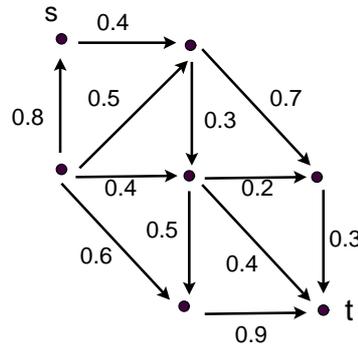
	S	A	B	C	D	E	T
S	—	2	5	4	—	—	—
A	2	—	3	—	7	—	—
B	5	3	—	1	4	3	—
C	4	—	1	—	—	4	—
D	—	7	4	—	—	1	5
E	—	—	3	4	1	—	7
T	—	—	—	—	5	7	—

Nota: Cuando no se ha indicado la distancia significa que no hay camino.

8. En el siguiente grafo dirigido hallar el mínimo camino de s a t usando el método de Programación Dinámica. Previamente ordenar los vértices topológicamente.

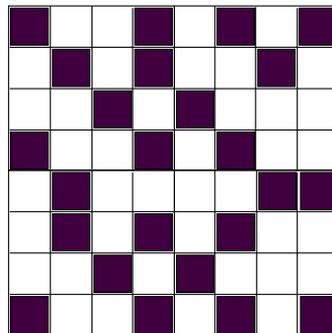


9. Supongamos que los p_{ij} en el siguiente grafo representan la probabilidad que el arco (i, j) no falle. Se quiere hallar un camino de s a t que no falle con probabilidad máxima.



10.

Considere el siguiente tablero



Una ficha colocada sobre un cuadradito negro sólo puede moverse a un cuadradito blanco que se encuentre en la misma fila o en la misma columna. Una ficha colocada sobre un cuadradito blanco sólo puede moverse a un cuadradito negro que se encuentre en la misma fila o en la misma columna. Además, las fichas sólo pueden moverse a lo sumo dos cuadraditos hacia la derecha o a lo sumo dos cuadraditos hacia abajo.

Se quiere determinar cuál es la mínima cantidad de movimientos que hay que hacer para llevar una ficha del cuadradito negro que está en el extremo superior izquierdo al cuadradito negro que está en el extremo inferior derecho. Muestre que este problema puede resolverse hallando un camino dirigido de mínimo costo entre dos vértices en un grafo conveniente. Para hallar este camino, ¿puede aplicarse el método de programación dinámica? ¿Y el algoritmo de Dijkstra? Justificar.

11. A principios del año 1 compramos un coche nuevo por C pesos. Durante dicho año gastamos $M(0)$ pesos en su mantenimiento. Durante el año 2 gastamos $M(1)$ pesos en mantenimiento a menos que a principios del año 2 cambiáramos el coche por uno nuevo en cuyo caso gastaríamos $C + M(0)$ pesos. Durante el año 3 gastamos $M(2)$ pesos en mantenimiento a menos que a principios del año 3 cambiáramos el coche por uno nuevo

en cuyo caso gastaríamos $C + M(0)$ pesos, etc. Consideremos un período de N años. Nos preguntamos en cuáles de esos años nos conviene cambiar el coche por uno nuevo. Plantee este problema por Programación Dinámica.

12. Se tienen monedas de 5, 10, 25, 50, 100 centavos. Para cada entero x que sea múltiplo de 5 sea $f(x)$ el mínimo número de monedas que suman x . Escriba la ecuación funcional de $f(x)$ según la Programación Dinámica. Usando el algoritmo de PD halle la manera de cambiar 230 centavos con un mínimo número de monedas.