Topología Algebraica- 2009
Práctica Seis
Variedades homológicas y dualidad de Poincaré

1. Sea X la realización de un complejo simplicial. Supongamos que para todo simplex s de X de dimensión k se tiene que
   a) $k \leq n$
   b) $H_i(lk(s)) = H_i(S^{n-k-1})$ si $k < n$.
   Probar que X es variedad homológica (de dimensión n).

2. Sea X una variedad homológica triangulable de dimensión n y sea s un k-simplex de dimensión menor que n. Probar que $lk(s)$ es una variedad homológica de dimensión $n - k - 1$.

3. Probar que si K es una pseudovariedad de dimensión n y $H_n(K) \neq 0$, entonces K es finito.

4. Sea X variedad homológica triangulable y s un simplex de X. Probar que $lk(s)$ es complejo simplicial finito. En particular, las variedades homológicas triangulables son localmente finitas.

5. Sea X variedad homológica triangulable compacta conexa y no orientable de dimensión n y sea G un grupo abeliano. Probar que $H_n(X; G)$ es el núcleo del morfismo $\phi : G \to G$, $\phi(g) = 2g$.

6. Sea X variedad homológica triangulable compacta y orientable de dimensión impar. Probar que su característica de Euler es 0.