Práctica 2

Minimización sin restricciones

2.1 Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función estrictamente creciente y $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Probar que minimizar $f(x)$ es equivalente a minimizar $g(f(x))$.

2.2 Resolver el problema de minimizar $\|Ax - b\|$, donde $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^m$. Considerar todos los casos posibles e interpretar geométricamente.

2.3 Considerar los números reales $a_1 \le a_2 \le \cdots \le a_n$. Resolver los siguientes problemas:

a. Minimizar $\sum_{i=1}^{n} |x - a_i|$
b. Minimizar Máximo $\{|x - a_i|, i = 1, \ldots, n\}$
c. Minimizar $\sum_{i=1}^{n} |x - a_i|^2$
d. Maximizar $\Pi_{i=1}^{n} |x - a_i|$

2.4 Encontrar los puntos críticos de

$$f(x) = 2x_1^3 - 3x_1^2 - 6x_1x_2(x_1 - x_2 - 1)$$

¿Cuáles de esos son minimizadores o maximizadores, locales o globales?

2.5 Sea $f(x) = (x_1 - x_2^2)(x_1 - \frac{1}{2}x_2^2)$. Verificar que, para $\overline{x} = (0,0)$, $\lambda = 0$ es un minimizador local de $\phi(\lambda) \equiv f(\overline{x} + \lambda d)$ para todo $d \in \mathbb{R}^2$, pero $\overline{x}$ no es un minimizador local de f.

2.6 Sea $f(x) = (x_2 - x_1^2)^2 + x_1^5$. Hallar los puntos críticos de f. ¿Cuáles de esos son minimizadores o maximizadores, locales o globales?

2.7 Encontrar, si es posible, a y b de manera que $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ tenga un máximo local en $x = 0$ y un mínimo local en $x = 1$.