

PROBABILIDADES

Segundo parcial – 06/07/2006

Ejercicio 1. Un grupo de 10 estudiantes está compuesto por 4 hombres y 6 mujeres. Se elige al azar un equipo de 2 estudiantes para realizar un trabajo de investigación en física y a continuación otro equipo de otros 2 estudiantes para realizar un trabajo de investigación en biología. Sea $X = n^\circ$ de hombres en el equipo que realiza el trabajo de investigación en física e $Y = n^\circ$ de hombres en el equipo que realiza el trabajo de investigación en biología.

- Halle la distribución conjunta de X e Y y las distribuciones condicionales de Y dado X .
- Obtenga $E(Y | X=k)$ para $k=0,1,2$
- Calcule $cov(X,Y)$
- ¿son X e Y independientes? Justifique

Ejercicio 2 Supongamos que el tiempo total (en horas) entre la llegada a un banco y la salida de la ventanilla de atención es una variable aleatoria X y que el tiempo de espera en la cola de la ventanilla es una variable aleatoria Y . Supongamos que la distribución conjunta de (X,Y) tiene densidad dada por

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} 5e^{-5x} & \text{si } 0 \leq x \leq y \leq x+1 < \infty \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Halle $f_{Y|X=x}(y)$, para $x > 0$. ¿A qué familia de distribuciones pertenece?
- Calcule $E(Y | X)$ y $E(Y)$.
- Calcule $V(Y)$. Para ello, recuerde que $V(Y) = E[V(Y | X)] + V[E(Y | X)]$.
- Halle el mejor predictor lineal de Y basado en X .

Ejercicio 3. Sea (X,Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x,y) = 2xe^{-x^2} I_{(0,x^2)}(y) I_{(0,\infty)}(x)$$

y sean $U = X^2 - Y$ y $V = Y$.

- Halle la función de densidad conjunta del vector aleatorio (U,V) . ¿Son U y V independientes? ¿Cuáles son sus distribuciones marginales?
- Halle $P(\max(U,V) \leq 2)$.

Ejercicio 4. Sea X la demanda semanal de gas propano (en miles de litros) en una estación de servicio, cuya función de densidad es:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- a) Calcule $F_X(x)$.
- b) Obtenga el valor de $\text{med}(X)$.
- c) Si al principio de la semana la estación tiene en depósito 1800 litros y no recibe ningún suministro durante la semana, calcule cuantos litros se espera que queden al fin de la semana.