I. Distribuciones discretas

Distribución Binomial $Bi(n,p)$

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \qquad k = 0,1,\ldots,n \text{ y } \; 0 < p < 1$$

$$\begin{aligned} E(X) &= np \\ var(X) &= np(1-p) \end{aligned}$$

Un caso particular de la distribución binomial es cuando $n = 1$. Esta distribución suele denominarse *Bernoulli* de parámetro p, $Be(p) = Bi(1,p)$.

Distribución Geométrica $Ge(p)$

$$p_X(k) = p(1-p)^{k-1} \qquad \text{si } k = 1,2,\ldots \text{ y } \; 0 < p < 1$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1}{p} \\ var(X) &= \frac{1-p}{p^2} \end{aligned}$$

Distribución Binomial Negativa (o de Pascal) $BN(r,p)$

$$p_X(k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r} \qquad k = r, r+1, \ldots \text{ y } \; 0 < p < 1$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{r}{p} \\ var(X) &= \frac{r(1-p)}{p^2} \end{aligned}$$

La distribución geométrica es un caso particular de la distribución binomial negativa: $Ge(p) = BN(1,p)$.

Distribución Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$

$$p_X(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \qquad \text{si } k = 0,1,2,\ldots \text{ y } \lambda > 0$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \lambda \\ var(X) &= \lambda \end{aligned}$$

Distribución Hipergeométrica $\mathcal{H}(N, r, m)$

N : total poblacional
r : cantidad de "buenos" en la población
m : cantidad de elementos extra ídos (tamaño de la muestra)

$$p_X(k) = \frac{\binom{r}{k}\binom{N-r}{m-k}}{\binom{N}{m}} \qquad \text{si } k \text{ es entero con } \max(r+m-N,0) \leq k \leq \min(r,m)$$

$$\begin{aligned} E(X) &= m\frac{r}{N} \\ var(X) &= m\frac{r}{N}\frac{(N-r)}{N}\frac{(N-m)}{(N-1)} \end{aligned}$$

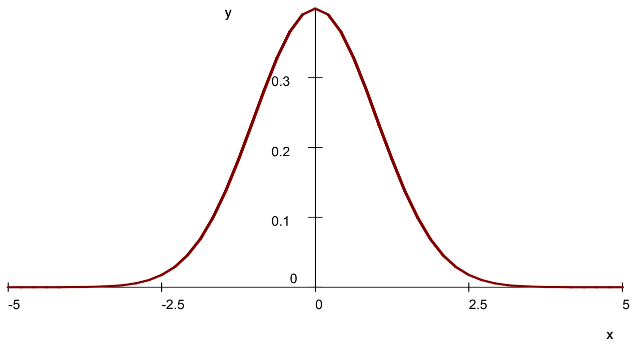
II. Distribuciones continuas

Distribución Normal $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \qquad \text{con } \sigma > o$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \mu \\ var(X) &= \sigma^2 \end{aligned}$$

La distribución Normal estándar corresponde a la elección de parámetros $\mathrm{N}(0,1)$.



Densidad de la normal estándar

Distribución Gama $\Gamma(\alpha, \lambda)$

$$f_X(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \mathbb{I}_{(0,+\infty)}(x) \qquad \text{con } \lambda > 0,\ \alpha > 0$$

$$E(X) = \frac{\alpha}{\lambda}$$
$$var(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$$

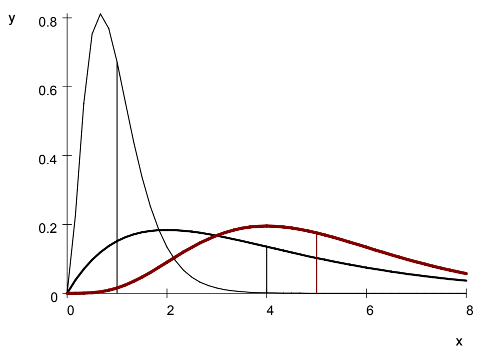
Recordemos que el s ímbolo $\Gamma(\alpha)$ representa a la *función gama* que se define por

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} x^{y-1}e^{-x}dx \qquad \text{si } y > 0$$

Satisface las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \Gamma(1) &= 1 \\ \Gamma(\alpha) &= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1) \\ \Gamma(n) &= (n-1)! \qquad \text{para } n = 1, 2, 3, ... \\ \Gamma(1/2) &= \sqrt{\pi} \end{aligned}$$

En el gráfico siguiente figuran las funciones de densidad de la gama para distintos valores de los parámetros: la función de la l ínea fina corresponde a $\alpha = 3,\ \lambda = 3$, la de l ínea sólida de grosor intermedio corresponde a $\alpha = 2,\ \lambda = \frac{1}{2}$, y la de l ínea punteada corresponde a $\alpha = 5,\ \lambda = 1$. Con l ínea punteada están las esperanzas en cada caso.

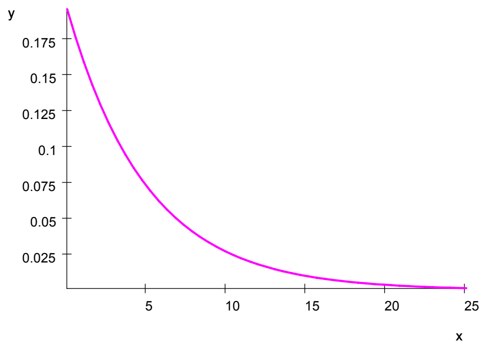


Densidad de la gama

Distribución Exponencial $Exp(\lambda)$

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}\mathbb{I}_{(0,+\infty)}(x) \qquad \text{con } \lambda > 0$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$
$$var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$



Densidad Exponencial con $\lambda = 1/5$

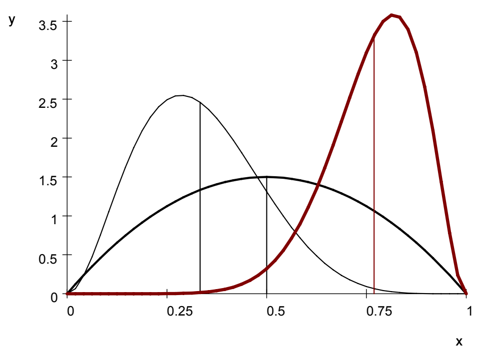
La distribución exponencial es un caso particular de la distribución gama: $Exp(\lambda) = \Gamma(1, \lambda)$.

Distribución Beta $\beta(a, b)$

$$f_X(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}\mathbb{I}_{(0,1)}(x) \qquad \text{con } a, b > 0$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{a}{a+b} \\ var(X) &= \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} \end{aligned}$$

En el gráfico siguiente figuran las funciones de densidad de la beta para distintos valores de los parámetros: la función de la l ínea fina corresponde a $a = 3,\ b = 6$, la de l ínea sólida de grosor intermedio corresponde a $a = 2,\ b = 2$, y la de l ínea punteada corresponde a $a = 10,\ b = 3$. Con l ínea punteada están las esperanzas en cada caso.



Densidad de la beta

Distribución Uniforme $\mathcal{U}[a, b]$

$$f(x) = \frac{1}{b-a}\mathbb{I}_{[a,b]}(x)$$

$$
\begin{aligned}
E(X) &= \frac{a+b}{2} \\
var(X) &= \frac{(b-a)^2}{12}
\end{aligned}
$$

La distribución uniforme en el $(0,1)$ es un caso particular de la distribución beta: $\mathcal{U}[0,1] = \beta(1,1)$.

Distribución T de Student con n grados de libertad t_n

$$
f_X(x) = \frac{\Gamma((n+1)/2)}{\Gamma(n/2)\sqrt{\pi n}} \left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}
$$

$$
\begin{aligned}
E(X) &= 0 \quad n \geq 2 \\
var(X) &= \frac{n}{n-2} \quad n > 2
\end{aligned}
$$

Distribución Chi cuadrado con n grados de libertad $\chi_n^2 = \chi^2(n)$ La distribución Chi cuadrado con n grados de libertad es un caso particular de la distribución gama: $\chi_n^2 = \Gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $(n \in \mathbb{N})$.

$$
\begin{aligned}
E(X) &= n \\
var(X) &= 2n
\end{aligned}
$$

Distribución F de Snedecor con n y m grados de libertad $F_{n,m}$

$$
f_X(x) = \frac{\Gamma((m+n)/2)}{\Gamma(n/2)\Gamma(m/2)} \left(\frac{n}{m}\right)^{n/2} x^{(n/2)-1} \left(1+\frac{n}{m}x\right)^{-(n+m)/2} I_{(0,\infty)}(x).
$$

Distribución de Cauchy $\mathcal{C}(0,\lambda)$

$$
f_X(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\lambda}{\lambda^2+x^2} \qquad \lambda > 0
$$

La esperanza de esta distribución no está definida pues $\int_{-\infty}^{+\infty} |x| f_X(x)dx = +\infty$. La distribución Cauchy $\mathcal{C}(0,1)$ coincide con la distribución T de Student de un grado de libertad, $\mathcal{C}(0,1) = t_1$.