

Temas de Física

Primer Cuatrimestre de 2004
Práctica 5: Principio de Hamilton

En los siguientes ejemplos obtenga el lagrangiano del sistema ($L = T - U$) en las coordenadas más convenientes y halle las ecuaciones del movimiento por el principio de mínima acción (Hamilton)

Ejercicio 1 Configuraciones simples

1. Una partícula que se mueve libremente en un plano sin ser sometida a ninguna fuerza (por lo tanto sin gravedad).
2. Un sistema de dos masas, m_1 y m_2 , pendiendo de hilos (sin masa e inextensibles) a ambos lados de una polea (sin radio). Las aclaraciones, entre paréntesis, están dirigidas a que el sistema esté sólo determinado por las masas y no por los hilos o por la palanca que ejerce la polea.
3. Una masa m engarzada en un eje de longitud l que gira en torno a un centro con velocidad angular constante y sin estar sometida a ninguna fuerza (tampoco la gravedad).

Ejercicio 2 Péndulo Simple

1. Un péndulo simple de masa m y longitud del hilo l .
2. Un péndulo simple de masa m y longitud del hilo l , que además su punto de soporte está moviéndose verticalmente de acuerdo a la ecuación $(0, y) = (0, y(t))$.

Ayudita: Probar que la energía cinética y la potencial son respectivamente

$$T = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + ml\dot{\theta}y\sin(\theta)$$
$$U = mgy - mgl\cos(\theta)$$

3. Un péndulo simple de masa m y longitud del hilo l , que además su punto de soporte está moviéndose horizontalmente de acuerdo a la ecuación $(x, 0) = (x(t), 0)$.
4. Un péndulo simple de masa m y longitud del hilo l , cuyo punto de soporte está sujeto a un resorte de constante k .
5. Un péndulo simple de masa m y longitud del hilo l , cuyo punto de soporte gira, con velocidad angular constante, en el borde de una circunferencia de radio R .

Ejercicio 3 Sistemas con varias masas.

1. Un péndulo doble con masas m_1 y m_2 .
2. Un sistema que consiste en una masa m_1 que por un lado está unida a una pared a través de un resorte de constante k_1 , y por el otro lado a una masa m_2 a través de un resorte con constante k_2 .

3. Un sistema análogo al anterior con el agregado que la masa m_2 además está unida a otra pared, paralela a la primera, a través de un resorte de constante k_3 .

Ayudita: si llamamos x_1 y x_2 a las posiciones de las masas m_1 y m_2 en cada instante, probar que la energía cinética y la potencial son

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2$$
$$U = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2}k_3x_2^2$$